

*Exercice 8.* Décrire une machine de Turing avec langage d'instructions (MTI) pour l'égalité sur une représentation binaire des entiers non nuls.

*Correction.* Pour un couple de valeurs d'entrées  $x, y \in \{0, 1\}^*$ , la machine est initialisée avec  $Readin(x, y) = LBxByBR$  qui décrit l'état initial de la mémoire de la machine.

Une idée simple est d'utiliser une machine à plusieurs bandes de façon à recopier l'une des entrées sur une bande de travail, puis de les comparer symbole à symbole jusqu'à trouver un symbole blanc inclus. En cas d'échec, i.e. si les symboles lus ne correspondent pas, alors on exécute un sous-programme qui stoppe le traitement pour donner une réponse négative à ce test d'égalité. Voici une telle machine utilisant 2 bandes, la bande supplémentaire est donc initialisée à  $LBR$ .

Sous-programme copiant l'entrée  $x$  sur la bande d'indice 2 :

```
COPIEx  1  right1
         2  right2
         3  if1 B goto COMPARE else 4
         4  write2 0          ecriture de 0 anticipée pour limiter les goto
         5  if1 0 goto 1 else 6
         6  write2 1
         7  goto 1
```

Sous-programme de comparaison symbole à symbole sur les bandes d'indice 1 et 2 : on parcourt  $y$  *et* ~~.....~~  $x$  vers la gauche

```
COMPARE  8  ..... left1
         9  left2
        10  if1 0 goto 11 else 12      comparaison symbole 0
        11  if2 0 goto COMPARE else ECHEC
        12  if1 1 goto 13 else 14      comparaison symbole 1
        13  if2 1 goto COMPARE else ECHEC
        14  if2 B goto SUCCES else ECHEC  comparaison symbole B
```

Sous-programme en cas de succès : convention du *Readout*

```
SUCCES  15  left1
        16  write1 1
        17  goto FIN
```

Sous-programme en cas d'échec : convention du *Readout*

```
ECHEC   18  left1
        19  if1 B goto 20 else 18
        20  left1
        21  write1 0
        22  goto FIN          instruction inutile car juste avant le sous-prog. de fin
```

Sous-programme de fin :

```
FIN    23  left1
        24
```

En conséquence la fonction *Readout* retourne 1 si les mots d'entrée sont identiques et 0 sinon.