La Logica Modale Quantificata e l'Ontologia degli Oggetti Fisici

Francesco Belardinelli

11 novembre 2005

Indice

1 L'interazione tra logica e ontologia **2**
1.1 Dalla logica all'ontologia 2
1.2 Dall'ontologia alla logica 3
1.2.1 Teorie in forma 4
1.2.2 Teorie a confronto 5

2 Interpretazione Oggettuale e Tridimensionalismo **5**
2.1 L'interpretazione oggettuale 6
2.1.1 Il linguaggio $\mathcal{L}^{=}$ 6
2.1.2 La semantica di Kripke 6
2.2 Un'ontologia tridimensionalista 7
2.2.1 Oggetti completamente presenti 8
2.2.2 Principi tridimensionalisti 8
2.3 Reidentificare nel tempo 10
2.3.1 Puzzle del cambiamento: qualitativo 10
2.3.2 Puzzle del cambiamento: mereologico 11
2.3.3 Oggetti coincidenti ma distinti 13
2.4 Conclusioni 14

3 Interpretazione Intensionale e Quadridimensionalismo **15**
3.1 L'interpretazione intensionale 15
3.2 Un'ontologia quadridimensionalista 16
3.2.1 Parti temporali distinte in momenti successivi 16
3.2.2 Principi quadridimensionalisti 17
3.3 Soluzioni quadridimensionaliste ai puzzle 18
3.3.1 Cambiamento qualitativo 18
3.3.2 Cambiamento mereologico 19
3.3.3 Oggetti coincidenti ma distinti 20
3.4 Conclusioni 21

4 Semantica delle controparti e Sequenzialismo **21**
4.1 La semantica delle controparti 22
4.2 Un'ontologia sequenzialista 23
4.2.1 Controparti 23
4.2.2 Principi sequenzialisti 24
4.3 Soluzioni sequenzialiste ai puzzle 25
4.3.1 Cambiamento qualitativo 25
4.3.2 Cambiamento mereologico 25
4.3.3 Oggetti coincidenti ma distinti 26
4.4 Conclusioni 26

5 Confronto tra ontologie **27**
5.1 Dall'interpretazione intensionale alla semantica delle controparti 27
5.1.1 Strutture perfette 27
5.1.2 La traducibilità delle teorie 28
5.2 Dall'interpretazione oggettuale alla semantica delle controparti 29
5.3 Conclusioni ontologiche 30

6 Ulteriori sviluppi **30**
6.1 Attualismo vs. Possibilismo 30
6.2 L'introduzione di nomi 31

1 L'interazione tra logica e ontologia

La logica temporale quantificata e l'ontologia degli oggetti fisici condividono il riferimento ad uno stesso insieme di enti - gli oggetti fisici, appunto - ed i problemi legati alla reidentificazione nel tempo. Nonostante questo stretto rapporto e l'esistenza di altre questioni in cui l'interazione tra logica e ontologia ha dato importanti risultati[1], la ricerca in questi campi è proceduta in maniera indipendente, senza che vi fossero studi che riunissero i due aspetti. Il presente lavoro vorrebbe costituire un primo contributo in tal senso, esplicitando il ruolo che la logica può rivestire nell'analisi delle teorie ontologiche.

1.1 Dalla logica all'ontologia

La logica modale quantificata - QML in breve - si è sviluppata a partire da alcuni lavori della Barcan Marcus ([2], [1], [3]), attraverso i contributi di J. Hintikka ([18], [19]), S. Kripke ([21]), A. Prior ([36], [37], [38]). In [22] e [23] Kripke introdusse la semantica dei mondi possibili per la logica modale proposizionale e del primo ordine rispettivamente.

La semantica di Kripke - basata sull'intuizione leibniziana di definire la necessità come verità in tutti i mondi possibili - ha portato ad una maggiore comprensione della modalità, rendendo naturale sia l'adozione di tecniche semantiche per dimostrare

[1] Si pensi al confronto tra attualismo e possibilismo e al dibattito sull'ontologia dei mondi possibili.

risultati sintattici[2], sia l'applicazione della modalità a contesti disparati, accomunati dall'essere rappresentabili come strutture di Kripke (istanti di tempo, passaggi di una computazione, situazioni deontologicamente perfette, stati epistemici,...).

Se focalizziamo la nostra attenzione sull'interpretazione temporale della QML e interpretiamo gli operatori modali $\Box$ e $\Diamond$ come 'in ogni istante...' e 'in qualche istante...', allora il nostro dominio di individui contiene oggetti che appaiono nel tempo. Tra di questi figurano sicuramente gli oggetti fisici[3], oltre probabilmente ad altre cose (eventi?). Quindi per formulare una semantica soddisfacente per la logica temporale quantificata è opportuno possedere prima una chiara ontologia degli oggetti fisici.

Abbiamo perciò mostrato un primo aspetto dell'interazione tra ontologia e logica, in cui il momento ontologico informa quello logico.

1.2 Dall'ontologia alla logica

Negli ultimi anni, nel campo della metafisica analitica si è rinnovato il dibattito su quale sia la natura degli oggetti fisici, con particolare attenzione alle loro condizioni di persistenza nel tempo[4].

La teoria perdurantista o *quadridimensionalismo* - proposta recentemente da autori come Heller ([17]), Hawley ([16]), Sider ([43]), ma che può essere fatta risalire fino a Russell ([42]), Whitehead ([50]), Quine ([39]) - concepisce gli oggetti fisici come estesi nel tempo allo stesso modo in cui lo sono nello spazio, con parti temporali formalmente analoghe alle parti spaziali.

Al quadridimensionalismo si contrappone la teoria endurantista degli oggetti o *tridimensionalismo*, di cui uno degli esponenti più influenti è D. Wiggins ([51]). Il tridimensionalismo difende la concezione 'tradizionale' della persistenza - attribuita anche ad Aristotele[5] - secondo cui gli oggetti fisici sono estesi solo nello spazio, e permangono nel tempo rimanendo *completamente presenti* in ogni istante in cui esistono.

Infine vi è una terza proposta - il *sequenzialismo* - la cui prima formulazione esplicita viene fatta risalire a [9] di R. Chisholm, ma al cui sviluppo formale ha dato notevole impulso anche D. Lewis ([25], [26]). Per i sequenzialisti non è possibile parlare di identità in senso stretto di un individuo allo scorrrere del tempo, bensì al massimo di una non meglio specificata relazione di controparte.

Parte del lavoro svolto in ontologia negli ultimi anni è consistito nel confronto fra queste diverse teorie, con due intenti principali, diametralmente opposti tra loro: dimostrare la possibilità o l'impossibilità di ridurre un approccio ad un altro[6]. Questi tentativi di comparazione devono però fare i conti con alcuni problemi:

[2] Si pensi alle dimostrazioni del teorema del punto fisso per il calcolo GL.

[3] "The realm of the concrete precisely is the realm of time-bound existence", in [29], p. 84.

[4] Si consideri ad esempio [27] e [29].

[5] *Fisica*, Libro IV, 11: "E, allo stesso modo, al punto segue l'oggetto spostato, che ci permette di riconoscere il movimento e il prima e il poi che sono in quest'ultimo. Ma l'oggetto, una volta che se ne ammetta l'esistenza, è identico (sia esso un punto o una pietra o altra cosa del genere), invece per il pensiero è diverso, come i Sofisti affermano che altro è Corisco nel Liceo, altro è Corisco nella piazza."

[6] Esemplare in questo senso è [33] di K. Miller. Tra i sostenitori dell'equivalenza di tri- e quadridimensionalismo ricordiamo [20] e [31].

- Non esiste un'unica formulazione di tri-, quadridimensionalismo o sequenzialismo, bensì differenti proposte a seconda dei diversi autori.
- Molte volte queste tesi ontologiche vengono associate a questioni ortogonali, ad esempio il dibattito su presentismo ed eternalismo. Questo rende più difficile valutare gli argomenti portati a sostegno e a critica di ciascuna teoria.
- Manca un chiaro quadro concettuale di riferimento, il linguaggio usato è molte volte ambiguo[7].

Vi sono quindi motivi per un intervento della logica in ambito ontologico. Infatti è ragionevole supporre di poter ovviare alle difficoltà elencate fornendo una presentazione formale delle teorie ontologiche. Una simile opera avrebbe il triplice merito di (i) chiarire il contenuto delle diverse proposte teoriche, formulandole in un medesimo linguaggio; (ii) rendere possibile un confronto tra di esse, fondando in maniera rigorosa ogni tentativo di riduzione o di indipendenza; (iii) creare uno spazio concettuale unico in cui sia possibile parlare delle proprietà sia temporali sia modali degli oggetti.

1.2.1 Teorie in forma

A questo punto la questione diventa: quale formalizzazione per tri-, quadridimensionalismo e sequenzialismo? Vi è sempre una tensione tra il contenuto intuitivo di una teoria e la sua esposizione formale, per questa ragione procederemo nel seguente modo:

1. Prenderemo in considerazioni diverse semantiche per le logiche modali quantificate: (i) interpretazione oggettuale, (ii) interpretazione intensionale e (iii) semantica delle controparti.
2. Evidenzieremo come a ciascuna di queste proposte formali soggiacia una particolare ontologia degli oggetti fisici: tri-, quadridimensionalismo e sequenzialismo rispettivamente, basandoci su due aspetti: (i) la natura degli individui che compogono i domini delle strutture, (ii) la correlazione tra problemi logici e ontologici.

Al termine di questa discussione avremo mostrato che in effetti la presentazione formale è una trattazione adeguata delle tesi ontologiche.

Un lato insoddisfacente dell'approccio appena esposto è costituito dal fatto che il linguaggio formale che introdurremo non permette di esprimere la nozione di parte temporale, la quale riveste una grande importanza nella letteratura. Questa relazione è però esprimibile nel metalinguaggio.

[7] Un esempio di questo tipo di problema è la discussione sull'esistenza e la natura delle parti temporali, per le quali non esiste una definizione univoca. A questo proposito si considerino anche le osservazioni di Sider a pgg. 53-55 di [43].

1.2.2 Teorie a confronto

Vi è infine un ultimo aspetto dell'interazione tra logica e ontologia. Una volta dimostrata l'adeguatezza di interpretazione oggettuale, intensionale e delle controparti alla trattazione formale di tri-, quadridimensionalismo e sequenzialismo rispettivamente, i risultati sintattici e semantici che riguardano le prime possono essere usati per ricavare asserzioni vere per i secondi. In particolare, fatti interessanti possono essere dimostrati in relazione al confronto tra ontologie.

Sulla base di un lavoro di Fitting ([13]) e di un paio di lavori di Kracht e Kutz ([34], [35]), riguardanti la traducibilità di formule valide nelle strutture delle controparti in formule valide nelle strutture intensionali, è possibile affermare che se un sequenzialista accetta determinati *costraint* sulla relazione di controparte, allora può intendersi con il quadridimensionalista interpretando il proprio discorso secondo quanto stabilito dalle funzioni di traduzione introdotte da Fitting e da Kracht e Kutz. Questi risultati sembrerebbero aprire la strada alla riduzione del quadridimensionalismo al sequenzialismo.

L'approccio formale consente il confronto anche tra tridimensionalismo e sequenzialismo. Seguendo l'intuizione secondo la quale il primo è un caso limite del secondo in cui la relazione di controparte è l'identità, sembra possibile anche in questo caso ridurre tutto al sequenzialismo. In realtà si dimostra un risultato più interessante: non è necessario considerare una struttura delle controparti con l'identità come relazione di controparte per falsificare una formula non valida nella classe delle strutture di Kripke.

Da una prospettiva ontologica, questo risultato implica che il tridimensionalista non ha necessità di postulare qualcosa che permanga nel tempo al cambiamento, può anche accontentarsi di una successione di oggetti che stiano in una certa relazione tra loro. Questa affermazione può risultare incredibile se si tiene presente che una delle tesi fondamentali del tridimensionalismo consiste nel postulare la permanenza degli oggetti nel tempo identici a loro stessi. Come potrebbe quindi il tridimensionalista "accontentarsi di una successione di oggetti che stiano in una certa relazione tra loro"?

La presente analisi formale delle diverse teorie sulla natura degli oggetti fisici è un compito di metaontologia, infatti non si vuole risolvere problemi ontologici, ma fare un confronto tra le diverse soluzioni proposte. Se l'analisi è corretta allora le teorie tri- e quadridimensionalista possono essere ridotte al sequanzialismo, ma ciò non implica affatto che quest'ultimo risolva tutti i nostri problemi, si dimostra solamente che se sono in grado di farlo il tri- o il quadridimensionalismo, allora può farlo anche il sequenzialismo.

2 Interpretazione Oggettuale e Tridimensionalismo

Questa sezione è dedicata alla presentazione dell'interpretazione oggettuale e del tridimensionalismo, e all'analisi del rapporto tra i due. La prima si caratterizza per due idee:

1. Le strutture di Kripke dell'interpretazione oggettuale contengono per ciascun

mondo w un insieme $D(w)$ di individui, sui quali vengono interpretate le variabili del linguaggio.

2. Per valutare in un mondo w una formula del tipo $\Box\phi[x_1, \ldots, x_n]$, in cui appaiono libere le variabili $x_1, \ldots, x_n$, in ogni mondo w' in relazione con w si fa riferimento agli stessi individui $\sigma(x_1), \ldots, \sigma(x_n)$ in $D(w)$.

D'altra parte la tesi principale del tridimensionalismo è che ogni oggetto fisico permane nel tempo restando *completamente presente* in ogni istante in cui esiste.

Nel prossimo paragrafo introdurremo gli aspetti tecnici della semantica di Kripke e vedremo in che senso è possibile definirla tridimensionalista.

2.1 L'interpretazione oggettuale

Per presentare in maniera rigorosa l'interpretazione oggettuale della QML sono necessarie alcune nozioni formali. Definiamo quindi il linguaggio $\mathcal{L}^=$ per la QML e le strutture di Kripke, sulle quali interpretare questo linguaggio.

2.1.1 Il linguaggio $\mathcal{L}^=$

A partire dall'alfabeto $\mathcal{A}^=$ - contenente un insieme infinito numerabile di variabili individuali $x_1, x_2, \ldots$, un insieme infinito numerabile di costanti predicative n-arie $P_1^n, P_2^n, \ldots$, per ogni $n \in \mathbb{N}$, i connettivi proposizionali $\neg$ e $\rightarrow$, il quantificatore universale $\forall$, l'operatore modale $\Box$ e il simbolo per l'identità $=$ - definiamo per ricorsione l'insieme $For_{\mathcal{A}^=}$ delle formule modali su $\mathcal{A}^=$. Il linguaggio $\mathcal{L}^=$ è composto dall'alfabeto $\mathcal{A}^=$ e dall'insieme delle formule $For_{\mathcal{A}^=}$.

Il nostro linguaggio non contiene simboli per costanti individuali e funtori, gli unici termini di $\mathcal{A}^=$ sono variabili individuali. I connettivi proposizionali $\wedge, \vee, \leftrightarrow$, il quantificatore esistenziale $\exists$ e l'operatore modale $\diamond$ sono definiti a partire dalle altre costanti logiche. Useremo lo stesso simbolo $=$ per riferirci all'identità sia nel linguaggio-oggetto, sia nel metalinguaggio della semantica, la differenza risulterà chiara dal contesto.

2.1.2 La semantica di Kripke

Per attribuire un significato al linguaggio $\mathcal{L}^=$ ricorreremo da prima alle strutture di Kripke, ampiamente usate nello studio delle modalità.

Definizione 2.1 (Struttura di Kripke) *Una struttura di Kripke $\mathcal{F}$ - o K-struttura - è una tripla ordinata $\langle W, R, D\rangle$, definita come:*

- *W è un insieme non vuoto, l'insieme dei mondi possibili;*
- *R è una relazione binaria su W, la relazione di accessibilità tra mondi;*
- *D è una funzione che associa ad ogni $w \in W$ un insieme non vuoto $D(w)$, l'insieme degli individui esistenti in w, t.c. se wRw' allora $D(w) \subseteq D(w')$.*

Il significato della condizione imposta su D apparirà chiaro in seguito, quando ci occuperemo della valutazione delle formule modali. La presente nozione di K-struttura è ripresa da [11]. Definiamo quindi la realizzazione di $\mathcal{L}^=$ in una K-struttura.

Definizione 2.2 (Realizzazione) *Una realizzazione ρ del linguaggio $\mathcal{L}^=$ in una K-struttura $\mathcal{F}$ è una funzione da $\mathcal{L}^=$ a $\mathcal{F}$ t.c.:*

- *se P^n è una costante predicativa n-aria e $w \in W$, $\rho(P^n, w)$ è una relazione n-aria su $D(w)$;*
- *per ogni $w \in W$, assegna all'insieme delle variabili di $\mathcal{L}^=$ l'insieme $D(w)$.*

Le nostre realizzazioni sono inoltre *normali*, cioè per ogni mondo w il simbolo $=$ è interpretato effettivamente come l'identità in $D(w)$.

Un modello $\mathcal{M}$ del linguaggio $\mathcal{L}^=$ basato sulla K-struttura $\mathcal{F}$ è una coppia ordinata $\langle \mathcal{F}, \rho \rangle$ t.c. ρ è una realizzazione di $\mathcal{L}^=$ nella K-struttura $\mathcal{F}$.

Per definire la relazione di verità tra un modello $\mathcal{M}$ ed una formula ϕ di $\mathcal{L}^=$ introduciamo la definizione di interpretazione σ del linguaggio $\mathcal{L}^=$ pertinente alla realizzazione ρ come una funzione dall'insieme delle variabili di $\mathcal{L}^=$ al dominio $D(w)$. Per trattare il caso delle formule quantificate stabiliamo che se x è una variabile di $\mathcal{L}^=$ e $\mathbf{u}$ è un individuo di $D(w)$, allora una reinterpretazione $\sigma\binom{x}{\mathbf{u}}$ di σ è l'interpretazione che (i) non coincide con σ al massimo su x e (ii) assegna a x il valore $\mathbf{u}$. Possiamo ora introdurre la nozione di soddisfacimento.

Definizione 2.3 (Soddisfacimento) *Sia ρ^σ una valutazione relativa alla K-struttura $\mathcal{F}$, sia w un elemento di $W \in \mathcal{F}$. La relazione di soddisfacimento di una formula ϕ in w rispetto alla valutazione ρ^σ è definita induttivamente come segue:*

$$
\begin{aligned}
(\rho^\sigma, w) \models P^n(x_1, \ldots, x_n) \quad & sse \quad \langle \sigma(x_1), \ldots, \sigma(x_n) \rangle \in \rho(P^n, w) \\
(\rho^\sigma, w) \models x = y \quad & sse \quad \sigma(x) = \sigma(y) \\
(\rho^\sigma, w) \models \neg\psi \quad & sse \quad non\ (\rho^\sigma, w) \models \psi \\
(\rho^\sigma, w) \models \phi \rightarrow \psi \quad & sse \quad non\ (\rho^\sigma, w) \models \phi\ oppure\ (\rho^\sigma, w) \models \psi \\
(\rho^\sigma, w) \models \Box\phi \quad & sse \quad per\ ogni\ w' \in W,\ wRw'\ implica\ (\rho^\sigma, w') \models \phi \\
(\rho^\sigma, w) \models \forall x\phi \quad & sse \quad per\ ogni\ \mathbf{u} \in D(w), (\rho^{\sigma\binom{x}{\mathbf{u}}}, w) \models \phi
\end{aligned}
$$

La condizione di monotonia imposta sulla funzione D ci garantisce che la clausola per la valutazione delle formule del tipo $\Box\phi$ sia sempre applicabile.

Definiamo infine una formula ϕ di $\mathcal{L}^=$ *vera in un mondo w* sse è soddisfatta per ogni interpretazione σ, *vera in un modello $\mathcal{M}$* sse è vera in ogni mondo del modello, *valida in una K-struttura $\mathcal{F}$* sse è vera per ogni modello basato su $\mathcal{F}$, *valida per una classe $\mathcal{C}$ di K-strutture* sse è valida per ogni K-struttura della classe.

2.2 Un'ontologia tridimensionalista

Partendo dall'analisi dei presupposti ontologici delle K-strutture e delle formule valide in esse, giustifichiamo l'asserzione per cui alla base dell'interpretazione oggettuale vi è un'ontologia tridimensionalista.

2.2.1 Oggetti completamente presenti

Il tridimensionalismo è la tesi ontologica secondo la quale un oggetto persiste nel tempo esistendo in modo completo in ogni istante in cui è presente[8]. Anche gli elementi appartenenti ai domini $D(t)$ delle K-strutture, sui quali vengono interpretate le variabili per individui del nostro linguaggio formale, sono completamente presenti in ciascun istante t.

Abbiamo inoltre stabilito che per valutare in un istante t una formula del tipo $\Box\phi[x_1, \ldots, x_n]$, in cui appaiono libere le variabili $x_1, \ldots, x_n$, in ogni momento accessibile da t si fa riferimento agli stessi individui $\sigma(x_1), \ldots, \sigma(x_n)$ appartenenti al dominio di t. Si vede quindi chiaramente che la clausola per le formule modalizzate è strutturata in modo tale che un oggetto è reidentificato con se stesso nel passaggio da un istante all'altro. Questa possibilità è garantita dal fatto che la funzione di interpretazione è indipendente dal particolare momento preso in considerazione e che per ogni $t, t' \in W$, se tRt' allora $D(t) \subseteq D(t')$. La reidentificazione di un oggetto allo scorrere del tempo è perciò assicurata in origine.

Queste due caratteristiche - individui 'confinati' in ciascun istante t, che rimangono identici a loro stessi nel passaggio da un istante all'altro - rappresentano una prima giustificazione della tridimensionalità dell'interpretazione oggettuale.

2.2.2 Principi tridimensionalisti

La semantica delle K-strutture rende valide alcune formule la cui interpretazione intuitiva è accettata dai tridimensionalisti. Per prima cosa si può verificare la validità di un noto principio della logica classica con identità: la legge di Leibniz,

$$x = y \rightarrow (\phi \rightarrow \phi[x/y]) \tag{1}$$

La 1 è valida per qualsiasi formula ϕ, anche se vi appaiono degli operatori modali, e vedremo l'importanza di questa condizione. La rilevanza di questo principio, riconosciuta da filosofi e logici almeno dai tempi di Leibniz[9], è da ricercare nel ruolo giocato da 1 nello stabilire le condizioni di identità degli oggetti. Questo postulato implica l'indiscernibilità degli identici:

$$x = y \rightarrow (\phi \leftrightarrow \phi[x/y]) \tag{2}$$

[8] "The endurantist claims that for a concrete particular to persist through time is to exist wholly and completely at different times." [27], p. 202.

"I say that an object 'endures' if it persists by being wholly present at every time at which it exists." [41], p. 205.

"[...] according to the endurance account, an object persists through time by being 'wholly present' at each time at which it exists." [29], p. 98.

"Something [...] *endures* iff it persists by being wholly present at more than one time." [26], p. 202.

"Three-dimensionalists say that things *endure*, that they have no temporal parts, that they are *wholly present* at every moment of their career." [43], pg. 53.

"[...] things [three-dimensional continuants] with spatial parts and no temporal parts, which are conceptualized in our experience as occupying space but not time, and as persisting whole through time." [51], pg. 31.

[9] L'unico controesempio di cui sia a conoscenza è N. Belnap, il quale nell'introduzione a [6] rinomina la legge di Leibniz come *Leibniz's Lie*.

che formalizza il principio metalinguistico di sostituibilità degli identici *salva veritate*, la cui importanza in relazione al problema della reidentificazione degli individui nel tempo verrà esposta tra breve. La 2 e la sua implicazione inversa - l'identità degli indiscernibili $(\phi \leftrightarrow \phi[x/y]) \rightarrow x = y$ - rappresentano le due direzioni di $x = y \leftrightarrow (\phi \leftrightarrow \phi[x/y])$, che nella sua formulazione al secondo ordine è la definizione sintattica dell'identità:

$$x = y \leftrightarrow \forall\phi(\phi \leftrightarrow \phi[x/y])$$

Proprio la legge di Leibniz viene utilizzata da Wiggins per difendere l'*assolutezza dell'identità* contro i sostenitori della sua relatività, per i quali "the notion of identity is concept- or sortal-relative, i.e. relative to the different possible answers to the question 'a is the same what as b?'[10]". L'assolutezza dell'identità serve poi a Wiggins per fondare una teoria tridimensionalista della reidentificazione, si comprende quindi perché gran parte del primo capitolo di [51] sia dedicato alla difesa di 1. A favore della legge di Leibniz, Wiggins afferma che:

> How, if a is b, could there be something true of *the object a* which was untrue of *the object b*? *They are the same object.* People sometimes speak of counterexamples to Leibniz's Law. But these are scarcely more impressive than the counter-examples to the Law of Non-Contradiction. ([51], pg. 27)

Ma la sua difesa di 1 si basa proprio sulla ontologia tridimensionalista, rifiutata da gran parte dei sostenitori della relatività dell'identità.

Nella classe delle K-strutture sono valide altre due importanti formule: la necessità dell'identità e la necessità della differenza,

$$(x = y) \rightarrow \Box(x = y) \tag{3}$$
$$(x \neq y) \rightarrow \Box(x \neq y) \tag{4}$$

La validità di 3 e 4 è diretta conseguenza delle caratteristiche tridimensionaliste dell'interpretazione oggettuale messe in luce nel paragrafo precedente: (i) l'indipendenza dell'interpretazione σ dall'istante t in considerazione e (ii) la reidentificazione automatica degli oggetti. Quindi se $\sigma(x)$ e $\sigma(y)$ sono il medesimo oggetto o due oggetti distinti, lo saranno in ogni mondo possibile[11].

Non è un caso che entrambi questi principi siano ritenuti validi dai tridimensionalisti, in base a considerazioni che implicano l'interpretazione oggettuale dei termini relativi agli individui. Se l'oggetto viene identificato con il suo contenuto materiale presente nel momento attuale, allora è chiaro che le asserzioni di identità e differenza tra individui sono necessariamente vere[12]. Possiamo quindi concludere che l'interpretazione

[10] [51], pg. 23.

[11] Si può dimostrare 3 e 4 a partire da 1 e l'assioma di Brouwer.

[12] Questo stesso ragionamento viene svolto da Kripke a pg. 3 di [24]: "It was clear from $(x)\Box(x = x)$ and Leibnitz's law that identity is an 'internal' relation: $(x)(y)(x = y \supset \Box x = y)$. (What pairs (x, y)) could be counterexamples? Not pairs of distinct objects, for then the antecedent is false; nor any pair of an object and itself, for then the consequent is true.)"

oggettuale della QML e il tridimensionalismo concordano sul fatto che un individuo non si possa scindere in due entità distinte, né che due oggetti possano 'fondersi' per dare vita ad un nuovo individuo.

Vedremo tra breve quali problemi sorgono da questa prospettiva e quali siano le strategie messe in atto dai tridimensionalisti per superarle.

2.3 Reidentificare nel tempo

Per motivare ulteriormente l'affermazione di tridimensionalità dell'interpretazione oggettuale, consideremo alcune difficoltà concettuali legate al mutamento di un individuo, sia nelle sue proprietà, sia nelle sue parti. Da ultimo analizzeremo il puzzle degli oggetti coincidenti ma distinti, che pone in questione la nozione stessa di oggetto.

2.3.1 Puzzle del cambiamento: qualitativo

Per illustrare questo puzzle in [48] si fa l'esempio di un tavolo, pulito al mattino, che alla sera è sporco. La sostituibilità degli identici *salva veritate* - venerato principio in logica e ontologia a cui si è accennatto nel paragrafo 2.2.2 - afferma che:

(SI) se a e b sono il medesimo individuo allora il fatto che a goda di una proprietà P, implica che anche b gode di P.

Ora, il tavolo al mattino è pulito mentre alla sera è sporco, quindi per contrapposizione il tavolo al mattino deve essere un oggetto diverso dal tavolo alla sera, ma questa conclusione sembra negare la persistenza degli oggetti nel cambiamento, risultando particolarmente problematica per il tridimensionalista che vuole affermare l'identità *simpliciter* degli oggetti allo scorrere del tempo.

Prima di analizzare le soluzioni tridimensionaliste, consideriamo come la questione venga affrontata nell'interpretazione oggettuale della QML. Nelle K-strutture attribuire in istanti diversi proprietà distinte allo stesso oggetto non risulta problematico: che al mattino il tavolo sia pulito può essere reso asserendo che nel momento $mattino$, l'oggetto **tavolo** appartiene all'estensione del predicato $Pulito$, formalmente $\mathbf{tavolo} \in \rho(Pulito, mattino)$; mentre il tavolo è sporco la sera sse $\mathbf{tavolo} \notin \rho(Pulito, sera)$. Si vede chiaramente che l'appartenenza a $\rho(Pulito, mattino)$ e a $\rho(Pulito, sera)$ non sono la medesima proprietà, quindi non ci troviamo di fronte ad un caso di violazione della sostituibilità degli identici e l'identità del tavolo alla sera con il tavolo al mattino può essere coerentemente sostenuta.

Questa trattazione formale non specifica che cosa significhi per un individuo x avere la proprietà 'P nel momento t', ma rispecchia la soluzione tridimensionalista, ottenuta attraverso l'introduzione di un parametro temporale[13]. Varzi considera quattro analisi della relazione tra individuo, proprietà e istante di tempo:

Si può intendere P come un predicato relazionale che lega l'oggetto x al tempo t, oppure si può pensare che 'a t' agisca da modificatore avverbiale sull'intera proposizione 'x è P', sul

[13]Si consideri ad esempio [51], pg. 29; nonché [28], [46].

predicato P, o sulla copula 'è'. ([48], pg. 11)

Nessuna di queste quattro opzioni risulta immune da critiche. La prima va contro l'argomento delle proprietà temporali intrinseche di Lewis[14] ($\rho(P,t)$ è una relazione); la seconda sposta il problema dal linguaggio oggetto al metalinguaggio (cosa significa che $(\rho^{\sigma},t) \models P(x)$?); la terza non chiarisce il rapporto tra la proprietà P e la modifica di P tramite l'espressione avverbiale 'a t' (qual è il rapporto tra P e $\rho(P,t)$?); per la quarta il parametro temporale modifica la relazione di esemplificazione rappresentata dalla copula, ma concepire l'esemplificazione come una relazione porta ad un regresso all'infinito.

L'analisi logica di 'l'individuo x ha la proprietà P nel momento t' come $x \in \rho(P,t)$ è compatibile con tutte queste opzioni e quindi va incontro a ciascuna delle critiche appena esposte.

In conclusione, per i puzzle del cambiamento quantitativo esiste una trattazione logica, ci sono modelli che, all'interno di una prospettiva tridimensionalista, possono dare conto dell'idea di un individuo che gode di proprietà contraddittorie in momenti distinti. Il vero problema rimane sul piano ontologico, in quanto non possediamo una coerente teoria su cosa significhino questi modelli.

2.3.2 Puzzle del cambiamento: mereologico

Nella letteratura sulla persistenza degli oggetti fisici nel tempo è comune incontrare dei puzzle analoghi a quelli del cambiamento qualitativo, in cui però si considera la possibilità che un individuo si modifichi non in qualche sua proprietà, bensì in alcune delle sue parti[15]. Consideriamo nuovamente il tavolo del paragrafo precedente, questa volta però non viene sporcato, bensì privato di una sua minima parte; quindi il tavolo alla sera t_s è una parte propria del tavolo al mattino t_m. Si vorrebbe inoltre mantenere due identità: (i) tra il tavolo al mattino t_m e il tavolo alla sera t_s, (ii) tra il tavolo alla sera t_s e la parte propria $t-$ del tavolo al mattino. Ma da (i), (ii) è possibile derivare una contraddizione usando principi tridimensionalisticamente validi. Questa volta non ci troviamo di fronte ad una presunta violazione della sostituibilità degli identici *salva veritate*, bensì ad un situazione in cui o (a) viene meno il principio per cui il tutto è strettamente maggiore della parte propria, oppure (b) due oggetti distinti possono occupare uno stesso spazio. Benché il linguaggio $\mathcal{L}^{=}$ non includa un simbolo per la relazione di parte propria, postulando semplicemente che sia irriflessiva, con il nostro apparato formale è possibile ricostruire questo argomento e controllare quali principi vengono chiamati in causa. Fissiamo innanzitutto quattro ipotesi di partenza:

1. alla sera, il tavolo meno una parte è identico al tavolo alla sera;

2. alla sera, il tavolo alla sera è identico al tavolo al mattino;

[14] [26], pg. 202-204.

[15] Il prossimo argomento - apparso in [45] contro la tesi delle parti inseparabili arbitrarie - è stato utilizzato con le finalità più diverse: da Heller ([17]) e Sider ([43]) per dimostrare l'implausibilità del tridimensionalismo, da van Inwagen ([46]) per dimostrare che il quadridimensionalismo implica l'analisi della modalità *de re* in termini di controparti. Si noti che è un caso particolare di fusione tra oggetti

3. al mattino, il tavolo meno parte è una parte propria del tavolo al mattino;

4. nessun oggetto è parte propria di se stesso.

La prima ipotesi corrisponde a (ii) e alla negazione di (b), la seconda a (i), mentre la terza e la quarta alla negazione di (a). Queste quattro ipotesi verificano, al mattino, le seguenti formule:

$$\Diamond(t- = t_s) \tag{5}$$
$$\Diamond(t_s = t_m) \tag{6}$$
$$t- < t_m \tag{7}$$
$$t_m \not< t_m \tag{8}$$

Consideriamo ora la seguente dimostrazione:

1)	$\Diamond(t- = t_s)$	per l'ipotesi 5
2)	$\Diamond(t- = t_s) \rightarrow (t- = t_s)$	necessità della differenza
3)	$(t- = t_s)$	da 1,2 per MP
4)	$\Diamond(t_s = t_m)$	per l'ipotesi 6
5)	$\Diamond(t_s = t_m) \rightarrow (t_s = t_m)$	necessità della differenza
6)	$(t_s = t_m)$	da 4,5 per MP
7)	$(t- = t_m)$	da 3,6 per transitività dell'identità
8)	$(t- = t_m) \rightarrow ((t- < t_m) \rightarrow (t_m < t_m))$	legge di Leibniz
9)	$(t- < t_m) \rightarrow (t_m < t_m)$	da 7,8 per MP
10)	$(t- < t_m)$	per l'ipotesi 7
11)	$(t_m < t_m)$	da 9,10 per MP
12)	$(t_m \not< t_m)$	per l'ipotesi 8
13)	$\perp$	per 11,12

Per evitare la contraddizione bisogna rigettare una delle ipotesi 5-8, oppure uno degli assiomi e regole di inferenza utilizzati. Ora, la validità delle ipotesi 7 e 8 sembra indubitabile, sono principi che compogono lo sfondo intuitivo di qualsiasi teoria delle parti. Anche la legge di Leibniz sembra qui immune da critiche dato che la sostituzione non è all'interno di un contesto intensionale. Se si ritiene falsa l'ipotesi 6, allora non si può concepire che un oggetto perda una sua parte e rimanga identico a se stesso, si finisce così nell'essenzialismo mereologico[16]. Altri pensano che la relazione di identità non sia transitiva[17]. Altri ancora, come van Inwagen ([45]), mantengono la validità del tridimensionalismo negando che possano esistere degli oggetti come la parte propria del tavolo al mattino.

La soluzione quadridimensionalista, che affronteremo nel dettaglio nella prossima sezione, nega la validità della necessità dell'identità.

Se invece si rigetta 5 allora bisogna ammettere che due oggetti distinti possano occupare uno stesso spazio. La maggior parte delle soluzioni tridimensionaliste al puzzle

[16]Questa è la posizione che assume Chisholm in [8].

[17]Una simile dottrina viene attribuita da Heller a Geach ([15]).

del cambiamento mereologico si è concentrata sullo sviluppo di questa opzione. In [51] Wiggins fa uso della sua teoria dei sortali per sostenere l'invalidità di 5 ed evitare così la contraddizione. L'idea alla base di questa teoria è che "ogni cosa sia *un qualcosa*, cioè un'entità di qualche tipo, e che sia proprio il tipo di appartenenza a determinarne le condizioni di identità nello spazio e nel tempo[18]". Il tavolo alla sera e il tavolo meno una sua parte appartengono a due sortali differenti e quindi alla sera è possibile parlare di coincidenza spaziale tra i due ma non d'identità, la conclusione secondo Wiggins è che la 5 è falsa[19].

Prima di passare all'ultimo puzzle si ricordi che nel caso del cambiamento qualitativo ci trovavamo di fronte ad una questione ontologica, che però non poneva problemi da una prospettiva strettamente logica. In questo caso invece ci sono problemi sia dal punto di vista logico, sia da quello ontologico.

2.3.3 Oggetti coincidenti ma distinti

In questo paragrafo affronteremo un altro puzzle discusso nella letteratura sull'ontologia degli oggetti fisici, noto come problema degli oggetti coincidenti ma distinti[20], per esporlo seguiremo la trattazione datane da Heller:

> Consider two lumps of clay, one of which is shaped like the bottom half af a statue and the other like the top half of a statue. At the moment that those lumps are stuck together two distinct objects are brought into existence. One is a larger lump of clay composed of the two lumps. The other is a statue. [...] The larger lump and the statue are spatially and temporally coincident, but they are not identical. For istance, it is true of the lump that it could have had a completely different shape, but this is not true of the statue. ([17], pg. 30)

La versione fornita da Heller è di tipo modale, ma si comprende bene come si possa parafrasare l'argomento secondo il tempo, considerando un momento in cui la statua viene deformata. L'ontologia tridimensionalista implica conseguenze controintuitive, infatti se il pezzo di gesso e la statua coincidono attualmente e la legge di Leibniz è un principio valido, allora non è concepibile che il pezzo di gesso e la statua possano essere distinti in base a qualche proprietà. Ma questa conclusione va contro l'intuizione secondo cui le condizioni di permanenza di una statua sono diverse da quelle di un pezzo di gesso.

Possiamo formalizzare anche questo argomento nel linguaggio $\mathcal{L}^{=}$. Indichiamo con g e s il pezzo di gesso e la statua rispettivamente, il predicato F sta per 'avere forma diversa', le nostre ipotesi sono che:

(a) $s = g$, la statua e il pezzo di gesso sono coincidenti;

(b) $\neg \Diamond F(s)$, la statua non sopravvive alla deformazione;

(c) $\Diamond F(g)$, il pezzo di gesso sopravvive alla deformazione.

[18] [47], pg. 15.

[19] Una simile soluzione è proposta anche da un altro tridimensionalista, J. J. Thomson, in [44].

[20] Si noti che il problema posto da questo puzzle è riducibile alla questione della fissione di individui.

Vediamo ora come da queste tre premesse, attraverso principi tridimensionalisticamente validi, si inferisca una contraddizione.

1)	$(s = g) \rightarrow (\neg F(s) \rightarrow \neg F(g))$	legge di Leibniz
2)	$\Box((s = g) \rightarrow (\neg F(s) \rightarrow \neg F(g)))$	da 1 per necessitazione
3)	$\Box(s = g) \rightarrow (\Box\neg F(s) \rightarrow \Box\neg F(g)))$	da 2 per distribuzione della necessità e MP
4)	$(s = g) \rightarrow \Box(s = g)$	necessità dell'identità
5)	$(s = g) \rightarrow (\Box\neg F(s) \rightarrow \Box\neg F(g)))$	da 3,4 per transitività dell'implicazione
6)	$s = g$	per l'ipotesi (a)
7)	$\Box\neg F(s) \rightarrow \Box\neg F(g)))$	da 5,6 per MP
8)	$\Box\neg F(s)$	per l'ipotesi (b)
5)	$\Box\neg F(g)$	da 7,8 per MP
6)	$\neg\Box\neg F(g)$	per l'ipotesi (c)
7)	$\bot$	per 5,6

Sembra improbabile ritenere il modus ponens, la necessitazione o la distributività della necessità non validi, quindi l'attenzione degli ontologi si è concentrata esclusivamente sulle premesse (a)-(c) e sulla necessità dell'identità. Delle prime, la (b) e la (c) non sembrano refutabili in quanto corrispondono a intuizioni comuni sulle condizioni di persistenza delle statue e dei pezzi di gesso. Eliminare la necessità dell'identità corrisponderebbe a limitare la legge di Leibniz, e abbiamo visto come questo principio venga considerata da molti tridimensionalisti (e non solo, cfr. [40]) troppo importante al fine di stabilire le condizioni di identità degli individui perché sia possibile invalidarlo o limitarlo. Focalizziamo quindi la nostra attenzione sull'ipotesi (a).

Anche in questo caso per evitare la contraddizione il tridimensionalista può ricorrere alla teoria dei sortali di Wiggins: la statua e il pezzo di gesso appartengono a due sortali differenti, perciò non è contraddittorio sostenere che si tratti di oggetti diversi che occupano uno stesso spazio[21]. In questo modo è possibile falsificare l'ipotesi (a).

2.4 Conclusioni

Al termine di questa sezione sezione riassumiamo i tratti salienti del rapporto tra interpretazione oggettuale e tridimensionalismo. Nel paragrafo 2.2 abbiamo messo in evidenza i caratteri tridimensionalisti della semantica di Kripke:

1. Le K-strutture contengono per ciascun istante t un insieme $D(t)$ di individui, completamente presenti in t, sul quale vengono interpretate le variabili del linguaggio.

2. Nel valutare in un istante t una formula modalizzata, in cui appaiono libere le variabili $x_1, \ldots, x_n$, in ogni istante accessibile da t si fa riferimento ai medesimi individui $\sigma(x_1), \ldots, \sigma(x_n)$ appartenenti a $D(t)$.

[21] Si consideri la discussione dei casi α e β a pg. 37 di [51] e le conclusioni a cui arriva a pg. 40: "The 'is' must mean 'is constituted of', and collection of parts will not function standardly as a normal covering concept in the locution 'is the same collection as', as it figures in our examples (α) and (β).".

3. La legge di Leibiz, la necessità dell'identità e la necessità della differenza sono tutti principi validi nell'interpretazione oggettuale.

Nel paragrafo 2.3 abbiamo analizzato i puzzle del cambiamento qualitativo, mereologico e degli oggetti coincidenti ma distinti. Si è visto come solo per il primo esistano modelli di Kripke che risolvano il problema logico, mentre il problema ontologico rimane. Negli altri due casi le difficoltà sono anche logiche, oltre che ontologiche. Alla ricerca di un rimedio, abbiamo accennato brevemente alla teoria dei sortali di Wiggins, che mantiene un'ontologia tridimensionalista. Ma questa proposta non è universalmente riconosciuta come valida e nella prossima sezione considereremo l'ontologia quadridimensionalista, che modifica anche la prospettiva logica sottostante.

3 Interpretazione Intensionale e Quadridimensionalismo

Nella presente sezione analizzeremo il rapporto tra l'interpretazione intensionale della QML e la teoria perdurantista degli oggetti fisici. La prima presenta due caratteri fondamentali:

1. Anche le strutture intensionali contengono per ciascun mondo w un insieme $D(w)$, ma in questo caso le variabili del linguaggio $\mathcal{L}^{=}$ vengono interpretate su funzioni da W a $D(w)$.

2. Nel valutare in un mondo w una formula del tipo $\Box\phi[x_1, \ldots, x_n]$, in cui le variabili $x_1, \ldots, x_n$ appaiono libere, in ogni mondo possibile w' in relazione con w si fa riferimento ai valori $\sigma(x_1)(w'), \ldots, \sigma(x_n)(w')$ in w' delle funzioni $\sigma(x_1), \ldots, \sigma(x_n)$.

D'altro canto per i perdurantisti gli oggetti permangono nel tempo avendo parti temporali diverse in tempi successivi.

Prima di discutere la natura quadridimensionalista dell'interpretazione intensionale e le soluzioni perdurantiste ai puzzle introdotti nel paragrafo 2.3, definiamo formalmente la semantica degli oggetti intensionali - o concetti individuali - per il linguaggio $\mathcal{L}^{=}$.

3.1 L'interpretazione intensionale

Nella trattazione dell'intepretazione intensionale considereremo il linguaggio $\mathcal{L}^{=}$ introdotto nel paragrafo 2.1.1, in questo modo soddisferemo uno dei *desiderata* formulati nell'introduzione: esporre le teorie ontologiche in un medesimo linguaggio in modo che sia possibile fare un confronto. Presentiamo quindi le strutture intensionali sulle quali verrà interpretato $\mathcal{L}^{=}$.

Definizione 3.1 (Struttura intensionale) *Una struttura intensionale $\mathcal{F}$ - o i-struttura - è una quadrupla ordinata $\langle W, R, D, F\rangle$, in cui le prime tre componenti sono definite come nelle K-strutture e inoltre:*

- *F è una funzione che ad ogni w associa un sottoinsieme $F(w)$ dell'insieme $F'(w)$ di tutte le funzioni da W a $D(w)$, t.c. se wRw' allora $F(w) \subseteq F(w')$.*

La definizione di realizzazione ρ del linguaggio $\mathcal{L}^{=}$ in una i-struttura $\mathcal{F}$ differisce da quella dell'interpretazione oggettuale in quanto per ogni $w \in W$, all'insieme delle variabili di $\mathcal{L}^{=}$ viene assegnato non $D(w)$, bensì $F(w)$. Quindi anche le definizioni di interpretazione e reinterpretazione devono essere modificate, in modo che un'interpretazione σ di $\mathcal{L}^{=}$ pertinente alla realizzazione ρ sia una funzione dall'insieme delle variabili di $\mathcal{L}^{=}$ a $F(w)$. Mentre se x è una variabile di $\mathcal{L}^{=}$ e $\mathbf{f}$ è un elemento di $F(w)$, una reinterpretazione $\sigma\binom{x}{\mathbf{f}}$ di σ è l'interpretazione che (i) non coincide con σ al massimo su x e (ii) assegna a x il valore $\mathbf{f}$. Le definizioni di modello e valutazione rimangono le medesime. Introduciamo ora la nozione di soddisfacimento di cui considereremo solo i casi originali dell'interpretazione intensionale, e cioè la base dell'induzione ed il quantificatore universale.

Definizione 3.2 (Soddisfacimento) *Sia ρ^{σ} una valutazione relativa alla i-struttura $\mathcal{F}$, sia w un elemento di $W \in \mathcal{F}$. La relazione di soddisfacimento di una formula ϕ in w rispetto alla valutazione ρ^{σ} è definita induttivamente come segue:*

$$\begin{aligned}
(\rho^{\sigma}, w) \models P^n(x_1, \ldots, x_n) \quad & sse \quad \langle \sigma(x_1)(w), \ldots, \sigma(x_n)(w) \rangle \in \rho(P^n, w) \\
(\rho^{\sigma}, w) \models x = y \quad & sse \quad \sigma(x)(w) = \sigma(y)(w) \\
(\rho^{\sigma}, w) \models \forall x \phi \quad & sse \quad \textit{per ogni } \mathbf{f} \in F(w), (\rho^{\sigma\binom{x}{\mathbf{f}}}, w) \models \phi.
\end{aligned}$$

Anche in questo caso le condizioni di monotonia imposte sulle funzioni D e F ci garantiscono che la clausola per la valutazione delle formule modalizzate sia sempre applicabile. Le definizioni di *verità in un mondo*, *verità in un modello*, *validità in una i-struttura*, *validità in una classe di i-strutture* rimangono le medesime.

3.2 Un'ontologia quadridimensionalista

In questo paragrafo ci occuperemo di sottolineare il carattere quadridimensionalista dell'interpretazione intensionale, attraverso l'analisi dei presupposti ontologici delle i-strutture e delle formule valide per questa interpretazione.

3.2.1 Parti temporali distinte in momenti successivi

Nell'introduzione abbiamo anticipato come per i perdurantisti gli oggetti fisici permangano nel tempo, avendo parti temporali distinte in momenti successivi[22]. Il mutamento degli oggetti nel tempo si fonda sulla successione di queste parti, mentre la loro persistenza si basa sull'appartenenza delle parti temporali ad uno stesso individuo.

[22] "On this view, a concrete particular is an aggregate or whole made up of different temporal parts, each existing at its own time; an for a particular to persist from one time to another is for it to have different temporal parts existing at those different times." [27], p. 202.

"I say [...] that an object 'perdures' if it persists by being only partially present at every time at which it exists." [41], p. 205.

"According to the perdurance account, an object persists through time by having different temporal parts at different times at which it exists." [29], p. 98.

"Four-dimensionalists say that things have *temporal parts*, that they *perdure* and that they are spread out over time." [43], pg. 53.

La semantica dei concetti individuali presenta esattamente queste due caratteristiche. In ogni istante t le variabili individuali di $\mathcal{L}^{=}$ sono interpretate sull'insieme $F(t)$ delle funzione da W a $D(t)$, se intendiamo W come l'insieme degli istanti di tempo e gli elementi di $D(t)$ come le concretizzazioni degli oggetti nei diversi momenti, si vede chiaramente come il dominio di quantificazione $F(t)$ sia costituito da individui che si estendono nel tempo.

D'altra parte il riferimento nel tempo ad uno stesso oggetto è anch'esso garantito dall'interpretazione delle variabili sulle funzioni di $F(t)$: nel valutare in un istante t una formula del tipo $\Box\phi[x_1, \ldots, x_n]$, in cui appaiono libere le variabili $x_1, \ldots, x_n$, in ogni istante t' accessibile da t si fa riferimento alle parti temporali $\sigma(x_1)(t'), \ldots, \sigma(x_n)(t')$ in t' degli individui $\sigma(x_1), \ldots, \sigma(x_n)$ appartenenti a $F(t')$.

Queste caratteristiche dell'interpretazione intensionale hanno sempre portato ad associarla in modo naturale ad una ontologia perdurantista, si consideri ad esempio il seguente passaggio di Garson:

> [...] imagine that our possible worlds are now states of our universe at a given time. The extension of a term at a given time will turn out to be a temporal slice of some thing, 'frozen' as it is at that istant. Notice that things, since they change, cannot be identified with term extensions. Instead, things are world-lines, or functions from times into time slices, and so they correspond to term intensions or individual concepts. Since our ontology takes thing, not their slices as ontologically basic, it is natural to quantify over term intensions in temporal logic. ([14], pg. 281)

Le differenze tra interpretazione intensionale e oggettuale ha importanti conseguenze sull'insieme delle formule valide nella classe delle i-strutture, che considereremo nel prossimo paragrafo.

3.2.2 Principi quadridimensionalisti

La legge di Leibniz non è più valida senza restrizioni, in particolare 1 ammette controesempi se ϕ è della forma $\Box\psi$, come nei casi della necessità dell'identità e della differenze. Per questo motivo in [30] Hughes e Cresswell chiamano *contingent identity systems* i calcoli corretti rispetto all'intepretazione intensionale. Nelle i-strutture intensionali diventa quindi possibile parlare di fissione e fusione di individui.

I perdurantisti, a differenza dei tridimensionalisti, accettano la restrizione della legge di Leibniz nei contesti modali e la giustificano in base alla loro teoria dell'oggetto. Tra i quadridimensionalisti, Heller difende la tesi per la quale le differenze modali non dipendono dalla struttura fisica degli oggetti, ma dalle nostre convenzioni sulla loro natura[23]. Ma le proprietà modali determinano le condizioni di persistenza di un oggetto, le loro qualità in situazioni controfattuali. Quindi è possibile il caso di due oggetti che coincidono nella struttura fisica, ma sottoposti a convenzioni diverse che determinano differenti proprietà controfattuali. Nel prossimo paragrafo vedremo come

[23] "Those putative modal properties are founded on our conventions, not on any actual properties of the object." [17], pg. 32.

la medesima argomentazione verrà usata per risolvere il puzzle degli oggetti coincidenti ma distinti.

Vediamo ora come sia possibile accomodare nel framework intensionale diverse concezione della natura di concetti individuali. Se consideriamo la classe di i-strutture in cui per ogni $w \in W$, $F(w)$ è l'insieme delle funzioni costanti da W a $D(w)$, allora possiamo identificare $F(w)$ con $D(w)$ e ritorniamo alle strutture di Kripke della sezione 2, quindi la classe delle K-strutture è un sottoinsieme proprio della classe delle i-strutture. Da ciò segue che se una formula ϕ in $\mathcal{L}^{=}$ è valida nella seconda, allora è valida anche nella prima.

Se invece consideriamo la classe di i-strutture in cui $F = F'$ allora diventa valida la tesi della *composizione mereologica non ristretta*. Secondo questa versione del quadridimensionalismo - sostenuta, tra gli altri, da Heller - "for *every* filled [spatio-temporal] region there is one object that exactly fills it[24]". Quindi anche un aggregato composto da David Lewis al tempo t_1, una roccia a t_2 e un filo d'erba a t_3 conta come un oggetto.

Nella classe delle i-strutture per le quali $F = F'$ è valida la seguente formula:

$$\Box\exists x\phi \rightarrow \exists x\Box\phi \tag{9}$$

il cui significato è particolarmente controintuitivo, infatti anche se è vero che in ogni momento esiste una montagna più alta fra tutte, ciò non implica che ci sia una montagna che è eternamente la più alta. Ma il perdurantista che sostiene anche la composizione mereologica non ristretta non ha problemi nel trovare l'oggetto x che soddisfa la 9: riprendendo il nostro esempio, basta considerare l'individuo ottenuto componendo le cime più alte del mondo al passare delle diverse epoche geologiche. La validità della 9 ha un'altra importante conseguenza. In [12] Fine ha dimostrato che l'insieme delle formule valide nella classe di i-strutture t.c. $F = F'$ non è assiomatizzabile, perciò se accettiamo la tesi della corrispondenza tra semantiche per la QML e tesi ontologiche, allora il quadridimensionalista che considera valida la composizione mereologica non ristretta deve ammettere l'incompletezza della sua teoria.

3.3 Soluzioni quadridimensionaliste ai puzzle

In questo paragrafo addurremo altre ragioni per ritenere l'interpretazione intensionale della QML una versione formale adeguata dell'universo perdurantista. In particolare ci occuperemo delle soluzioni quadridimensionaliste ai puzzle del cambiamento esposti della sezione 2, mostrando come tali argomenti possano essere ricostruiti all'interno delle i-strutture.

3.3.1 Cambiamento qualitativo

Abbiamo già osservato che i problemi causati dal mutamento delle proprietà di un individuo non sono di natura logica, infatti esistono modelli dell'interpretazione oggettuale in cui vengono attribuite proprietà contraddittorie ad un medesimo oggetto in

[24][17], pg. 7.

tempi diversi. La vera questione risiedeva nella sensatezza ontologica delle soluzioni tridimensionaliste. Verifichiamo ora come esistano anche modelli intensionali per il cambiamento qualitativo e quale sia la loro giustificazione filosofica. Riprendiamo l'esempio del tavolo pulito al mattino e sporco alla sera. Il quadridimensionalista accetta la conclusione dell'applicazione di (SI): se il tavolo è pulito al mattino e sporco alla sera allora si tratta di due oggetti distinti, e precisamente la parte temporale del tavolo al mattino e la parte temporale del tavolo alla sera. Formalmente possiamo affermare che $\mathbf{tavolo}(mattino) \in \rho(Pulito, mattino)$ e $\mathbf{tavolo}(sera) \in \rho(Pulito, sera)$, senza essere costretti a distinguere tra le proprietà $\rho(Pulito, mattino)$ e $\rho(Pulito, sera)$, in quanto il perdurantismo è compatibile con la diversità delle parti temporali $\mathbf{tavolo}(mattino)$ e $\mathbf{tavolo}(sera)$ dell'oggetto **tavolo**.

Consideriamo quindi la bontà della proposta quadridimensionalista a livello ontologico, confrontandola con le critiche mosse nel paragrafo 2.3.1 alle diverse spiegazioni di cosa voglia dire avere una proprietà in un istante di tempo. L'argomento delle proprietà intrinseche di Lewis può essere superato in quanto non è necessario introdurre il parametro temporale per distingere la proprietà 'essere sporco al mattino' dalla proprietà 'esser sporco alla sera', è sufficiente parlare di 'essere sporco' *simpliciter*. La seconda critica è respinta tramite l'analisi di 'l'individuo x ha la proprietà P nel momento t' come 'la parte temporale dell'individuo x nel momento t ha la proprietà P'. Quindi non c'è bisogno di intendere l'espressione 'al tempo t' come un modificatore avverbiale né del predicato P, né della copula.

3.3.2 Cambiamento mereologico

Nel paragrafo 2.3.2 abbiamo osservato che per evitare la contraddizione nel puzzle del cambiamento mereologico si deve rinunciare o ad una delle ipotesi 5/8, o alla necessità della differenza, o alla legge di Leibniz, o alla transitività dell'identità. La soluzione tridimensionalista di Wiggins consiste nel rifiutare 5 sulla base della teoria dei sortali, il quadridimensionalista rigetta invece la necessità della differenza: dall'identità alla sera tra il tavolo alla sera t_s e la parte propria $t-$ di tavolo non segue che siano identici anche al mattino. Allo stesso modo dall'identità alla sera tra il tavolo alla sera t_s e il tavolo al mattino t_m non è legittimo inferire che siano identici anche al mattino. In questo modo è possibile evitare la contraddizione.

Inoltre il quadridimensionalista ha a sua disposizione un modello intensionale $\mathcal{M}$ che soddisfa 5/8, costruito nel seguente modo:

- $W = \{mattino, sera\}$;
- $R = \{\langle mattino, sera\rangle, \langle mattino, mattino\rangle, \langle sera, sera\rangle\}$;
- $D(mattino)\{\mathbf{tavolo}_{mattino}, \mathbf{tavolo}-\}$, $D(sera)\{\mathbf{tavolo}_{sera}\}$;
- $F(mattino) = F(sera) = \{\mathbf{Tavolo}, \mathbf{Tavolo}-\}$ t.c. $\mathbf{Tavolo}(mattino) = \mathbf{tavolo}_{mattino}$, $\mathbf{Tavolo} - (mattino) = \mathbf{tavolo}-$, $\mathbf{Tavolo}(sera) = \mathbf{Tavolo} - (sera) = \mathbf{tavolo}_{sera}$.

Inoltre in *mattino* vale $\mathbf{tavolo}- < \mathbf{tavolo}_{mattino}$, quindi la realizzazione normale ρ assegna al predicato $<$ nel momento *mattino* l'estensione $\{\langle \mathbf{tavolo}-, \mathbf{tavolo}_{mattino}\rangle\}$.

Infine $\sigma(t_m) = \mathbf{Tavolo}$, $\sigma(t_s) = \mathbf{Tavolo}-$ e $\sigma(t-) = \mathbf{Tavolo}-$. Si vede chiaramente che nel modello $\mathcal{M}$ l'interpretazione σ soddisfa 5/8.

La strategia quadridimensionalista per rendere conto del cambiamento di un individuo nelle sue parti può quindi essere ricostruita nel formalismo dell'interpretazione intensionale.

3.3.3 Oggetti coincidenti ma distinti

Analizziamo infine la soluzione perdurantista al puzzle degli oggetti coincidenti ma distinti. Come nel precedente caso, il teorico dei sortali tridimensionalista risolve il problema affermando la falsità dell'ipotesi (a): il pezzo di gesso g e la statua s sono oggetti che occupano un medesimo spazio, ma $s = g$ è falsa. Il perdurantista nega invece la necessità dell'identità: da $s = g$ non è lecito inferire $\Box(s = g)$. La dimostrazione nel paragrafo 2.3.3 rimane quindi bloccata alla linea (3).

Non è difficile nemmeno reperire un modello intensionale $\mathcal{M}$ che descriva la soluzione quadridimensionalista al puzzle. Definiamo $\mathcal{M}$ nel seguente modo:

- $W = \{t_1, t_2\}$;
- $R = \{\langle t_1, t_2\rangle, \langle t_1, t_1\rangle, \langle t_2, t_2\rangle\}$;
- $D(t_1)\{\mathbf{statua/di/gesso}\}$, $D(t_2)\{\mathbf{statua}, \mathbf{pezzo/di/gesso}\}$;
- $F(t_1) = F(t_2) = \{\mathbf{s}, \mathbf{g}\}$ t.c. $\mathbf{s}(t_1) = \mathbf{g}(t_1) = \mathbf{statua/di/gesso}$, $\mathbf{s}(t_2) = \mathbf{statua}$, $\mathbf{g}(t_2) = \mathbf{pezzo/di/gesso}$.

La realizzazione normale ρ assegna al predicato F nel momento t_2 l'estensione $\{\mathbf{pezzo/di/gesso}\}$, mentre l'interpretazione σ è t.c. $\sigma(s) = \mathbf{s}$ e $\sigma(g) = \mathbf{g}$. Si può facilmente verificare che per questa interpretazione il modello $\mathcal{M}$ soddisfa (a)/(c).

Anche in questo caso la soluzione quadridimensionalista del puzzle trova una elegante presentazione nel framework delle strutture intensionali.

Concludiamo l'analisi di questi ultimi due puzzle con un confronto tra le soluzioni perdurantista e endurantista. Ad un primo sguardo potrebbe sembrare che entrambe le teorie evitino le contraddizioni ammettendo che oggetti che occupano un medesimo spazio possano essere distinti, cioè che la struttura fisica di un individuo non sia l'unico fondamento delle asserzioni di identità in cui compare. In realtà, attraverso una più approfondita analisi delle dimostrazioni, è possibile comprendere in che senso si distinguano le due proposte. La teoria tridimensionalista dei sortali nega le identità $\diamond(t- = t_s)$ e $s = g$: il tavolo alla sera è un oggetto diverso dalla parte propria del tavolo ed il pezzo di gesso è distinto dalla statua. Inoltre data la visione endurantista dell'identità, questi oggetti sono essenzialmente diversi, differiscono in ogni istante di tempo. Al contrario il quadridimensionalista accetta le asserzioni di identità $\diamond(t_s = t_m)$ e $s = g$, in quanto le parti temporali di questi oggetti coincidono, ma su queste non è legittimo applicare la legge di Leibniz per inferire l'identità al mattino di t_s con t_m, né di s con g.

3.4 Conclusioni

Ricapitoliamo le caratteristiche del rapporto tra interpretazione intensionale e quadridimensionalismo. Nel paragrafo 3.2 abbiamo evidenziato come la semantica delle strutture intensionali presupponga un'ontologia perdurantista, questa affermazione è stata motivata con i seguenti argomenti:

1. Le i-strutture contengono per ciascun momento t un insieme $F(t)$ di concetti individuali - funzioni dagli istanti in W alle parti temporali in $D(t)$ - sul quale vengono interpretate le variabili del linguaggio.

2. Nel valutare al momento t una formula modalizzata, in cui appaiono libere le variabili $x_1, \ldots, x_n$, in ogni momento t' in relazione con t ci si riferisce alle parti temporali $\sigma(x_1)(t'), \ldots, \sigma(x_n)(t')$ in t' degli individui $\sigma(x_1), \ldots, \sigma(x_n)$ appartenenti a $F(t')$.

3. La legge di Leibiz non è valida nella classe delle i-strutture in modo non ristretto, in particolare sono invalide la necessità dell'identità e la necessità della differenza.

4. Il framework dell'interpretazione intensionale è adeguato per trattare la versione del quadridimensionlismo che accetta la composizione mereologica non ristretta.

Nel paragrafo 3.3 abbiamo presentato le soluzioni quadridimensionaliste ai puzzle del cambiamento qualitativo, mereologico e degli oggetti coincidenti ma distinti. Per il primo di essi, come nell'ontologia endurantista, anche per il perdurantismo esistono modelli intensionali che risolvono il problema logico. Ma a differenza del tridimensionalismo, la proposta quadridimensionalista non va incontro a nessuna delle critiche su cosa significhi per l'individuo x possedere la proprietà P al tempo t. Inoltre nel caso del cambiamento mereologico e degli oggetti coincidenti ma distinti, abbiamo a disposizione dei modelli intensionali che riflettono le intuizioni perdurantiste.

4 Semantica delle controparti e Sequenzialismo

Arriviamo all'ultimo confronto tra semantiche per la logica modale quantificata e teorie ontologiche: le strutture delle controparti e il sequenzialismo. Riassumiamo brevemente le due caratteristiche principali delle prime:

1. Come nella interpretazione oggettuale, le strutture delle controparti contengono per ciascun mondo w un insieme $D(w)$ di individui, sui quali vengono interpretate le variabili del linguaggio.

2. A differenza dell'interpretazione oggettuale, nel valutare in un mondo w una formula del tipo $\Box\phi[x_1, \ldots, x_n]$, in cui appaiono libere le variabili $x_1, \ldots, x_n$, in ogni mondo possibile w' in relazione con w non ci si riferisce necessariamente ai medesimi individui $\sigma(x_1), \ldots, \sigma(x_n)$ in $D(w)$, bensi alle loro *controparti* $\tau(x_1), \ldots, \tau(x_n)$ appartenenti a $D(w')$.

La tesi principale del sequenzialismo è che non si possa parlare di identità in senso stretto di un individuo allo scorrere del tempo, bensì di una successione di oggetti legati tra loro da una relazione di controparte. Come per l'interpretazione oggettuale e intensionale, esponiamo innzitutto i caratteri formali della semantica delle controparti. In un secondo momento esamineremo in quale senso è possibile definire questa semantica sequenzialista.

4.1 La semantica delle controparti

Anche in questo caso consideriamo il linguaggio $\mathcal{L}^=$ contenente il simbolo d'identità. Una struttura delle controparti $\mathcal{F}$ - o c-struttura - è una quadrupla ordinata $\langle W, R, D, C\rangle$, in cui le prime tre componenti sono definite come nelle K-strutture, tranne per il fatto che non si richiede più che D sia monotona, ed inoltre:

- C è una funzione che assegna ad ogni coppia ordinata $\langle w, w'\rangle$ un sottoinsime di $D(w) \times D(w')$.

Il valore $C(w, w')$ della funzione C per la coppia $\langle w, w'\rangle$ può essere intuitivamente inteso come la relazione di controparte tra elementi dei domini di w e w'.

La definizione di realizzazione ρ del linguaggio $\mathcal{L}^=$ in una c-struttura $\mathcal{F}$ è la medesima di quella per l'interpretazione oggettuale. Ma per mantenere la validità di alcuni principi modali, come la distributività della necessità sull'implicazione[25], dobbiamo modificare la definizione di interpretazione e introdurre le nozioni di tipo di un termine e di una formula. Il tipo di un termine è presto stabilito, il nostro linguaggio contiene solo variabili individuali, diciamo quindi che:

- se x_i è una variabile di $\mathcal{L}^=$, allora per ogni numero naturale $n \geq i$, x_i^n è una variabile di tipo n.

Intuitivamente, per ogni $n \geq i$, x_i^n sta per la funzione di proiezione π_i^n applicata a $x_1, \ldots, x_n$, questo spiega pure perché si richiede che $n \geq i$.

Definiamo ora per induzione il tipo di una formula di $\mathcal{L}^=$.

Definizione 4.1 (Tipo di una formula) *Il tipo $m \in \mathbb{N}$ di una formula in $\mathcal{L}^=$ è definito induttivamente come segue:*

- *se x, y sono variabili di tipo m, allora $x = y$ è una formula di tipo m;*
- *se P^n è un predicato n-ario e $\langle x_1, \ldots, x_n\rangle$ è una n-upla ordinata di variabili di tipo m, allora $P^n(x_1, \ldots, x_n)$ è una formula di tipo m;*
- *se ϕ, ψ sono formule di tipo m, allora anche $\neg\phi$, $\phi \rightarrow \psi$ e $\Box\phi$ sono formule di tipo m;*
- *se ϕ è una formula di tipo m e x_m è una variabile individuale, allora $\forall x_m \phi$ è una formula di tipo $m - 1$.*

[25] Per una discussione più approfondita di questo punto si veda [5], [10] e [35].

A questo punto sostituiamo le interpretazioni infinitarie della semantica oggettuale e intensionale con quelle finitarie, dove un'interpretazione finitaria di tipo n - o più brevemente n-interpretazione - in un mondo w è una n-upla ordinata di elementi di $D(w)$.

La definizione di modello rimane la medesima, mentre una n-valutazione $\rho^{\langle \mathbf{u}_1,\ldots,\mathbf{u}_n\rangle}$, indotta dalla n-interpretazione $\langle \mathbf{u}_1,\ldots,\mathbf{u}_n\rangle$ sulla realizzazione ρ, fissa il significato di sequenze finite $z_1,\ldots,z_m$ di variabili di tipo n, in modo t.c. se $z_i = x_j$ allora $\rho^{\langle \mathbf{u}_1,\ldots,\mathbf{u}_n\rangle}(z_i, w) = \mathbf{u}_j$. L'interpretazione delle variabili è garantita dal fatto che se x_j è un n-termine, allora $j \leq n$. Possiamo ora introdurre la nozione di soddisfacimento di cui considereremo solo la base dell'induzione ed l'operatore di necessità.

Definizione 4.2 (Soddisfacimento) *Sia $\rho^{\langle \mathbf{u}_1,\ldots,\mathbf{u}_n\rangle}$ una n-valutazione relativa alla c-struttura $\mathcal{F}$, sia w un elemento di $W \in \mathcal{F}$. La relazione di soddisfacimento di una formula ϕ di tipo n in w rispetto alla valutazione $\rho^{\langle \mathbf{u}_1,\ldots,\mathbf{u}_n\rangle}$ è definita induttivamente come segue:*

$$
\begin{aligned}
(\rho^{\langle \mathbf{u}_1,\ldots,\mathbf{u}_n\rangle}, w) \models P^m(x_1^n,\ldots,x_m^n) \quad & sse \quad \rho^{\langle \mathbf{u}_1,\ldots,\mathbf{u}_n\rangle}\langle x_1^n,\ldots,x_m^n\rangle \in \rho(P^m, w)\\
(\rho^{\langle \mathbf{u}_1,\ldots,\mathbf{u}_n\rangle}, w) \models x^n = y^n \quad & sse \quad \rho^{\langle \mathbf{u}_1,\ldots,\mathbf{u}_n\rangle}(x^n) = \rho^{\langle \mathbf{u}_1,\ldots,\mathbf{u}_n\rangle}(y^n)\\
(\rho^{\langle \mathbf{u}_1,\ldots,\mathbf{u}_n\rangle}, w) \models \Box\psi \quad & sse \quad \textit{per ogni } w' \in W, \textit{per ogni } \mathbf{v}_1,\ldots,\mathbf{v}_n \in D(w'),\\
& \qquad wRw',\ C_{w,w'}(\mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i) \textit{ implicano } (\rho^{\langle \mathbf{v}_1,\ldots,\mathbf{v}_n\rangle}, w') \models \psi
\end{aligned}
$$

Le definizioni di *verità in un mondo*, *verità in un modello*, *validità in una c-struttura*, *validità in una classe di c-strutture* rimangono le medesime.

4.2 Un'ontologia sequenzialista

Anche in questa terza sezione dobbiamo giustificare la corrispondenza tra la particolare semantica proposta per la QML e una specifica ontologia degli oggetti fisici, in questo caso il confronto è tra le c-strutture e il sequenzialismo.

4.2.1 Controparti

Per la semantica delle controparti esiste un forte legame con considerazioni di tipo filosofico. La prima proposta formale in questo ambito fu fatta da Lewis in [25], anche se in un linguaggio estensionale e in riferimento alle modalità aletiche. La giustificazione di Lewis alla sua teoria delle controparti si fondava su un'analisi sequenzialista del problema della reidentificazione:

> [...] we might say, speaking causally, that your counterparts are you in other worlds, that they and you are the same; but this sameness is no more literal identity than the sameness between you today and you tomorrow. It would be better to say that your counterparts are men you *would have been*, had the world been other wise. ([25], pg. 112)

Nel campo della necessità e della possibilità egli arriva alle stesse conclusioni dei sequenzialisti: non si può parlare di identità in senso stretto nelle situazioni controfattuali[26]. Anzi, Lewis sembra prendere proprio l'identità nel tempo come modello per la sua teoria delle controparti, dando per scontata la validità del sequenzialismo.

Per comprendere appieno la natura sequenzialista della semantica delle controparti, consideriamo la clausola per la valutazione delle formule modali. Se interpretiamo l'operatore modale $\Box$ come 'in ogni momento', allora ci si rende conto che per valutare nei diversi istanti di tempo t' accessibili da t un enunciato ϕ che riguarda attualmente gli individui $\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n$, in t' non si fa necessariamente riferimento agli stessi $\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n$, bensì alle loro controparti $\mathbf{v}_1, \ldots, \mathbf{v}_n$. Si noti inoltre che se adottiamo l'identità come relazione di controparte, allora si torna alla clausola per le strutture di Kripke, quindi il tridimensionalismo può essere visto come un caso limite del sequenzialismo in cui l'unica controparte di un oggetto è l'oggetto stesso. Anche se una simile possibilità viene solitamente esclusa dai sequenzialisti - Lewis nega esplicitamente che uno stesso oggetto possa esistere in più di un mondo possibile - nella semantica delle controparti non vi è nulla che impedisca una tale assunzione.

4.2.2 Principi sequenzialisti

Notiamo per prima cosa che né la necessità dell'identità, né la necessità della differenza sono formule valide nella classe delle c-strutture. Enunciamo quindi due condizioni che è possibile imporre sulla funzione C di controparte:

Definizione 4.3 (Funzionalità) *Una c-struttura $\mathcal{F}$ è detta* funzionale *sse per ogni $w, w' \in W$, se wRw', $C_{w,w'}(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ e $C_{w,w'}(\mathbf{u}, \mathbf{v}')$ allora $\mathbf{v} = \mathbf{v}'$.*

Definizione 4.4 (Iniettività) *Una c-struttura $\mathcal{F}$ è detta* iniettiva *sse per ogni $w, w' \in W$, se wRw', $C_{w,w'}(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ e $C_{w,w'}(\mathbf{u}', \mathbf{v})$ allora $\mathbf{u} = \mathbf{u}'$.*

Si può verificare come la funzionalità sia condizione necessaria e sufficiente per la validità della necessità dell'identità, mentre una c-struttura è iniettiva se e solo se è valida la necessità della differenza. Queste particolarità delle semantica delle controparti sono compatibili con la possibilità ammessa dei sequenzialisti che gli individui possano fondersi o scindersi.

Dal fallimento di 3 e 4 segue che la legge di Leibniz non è sempre valida, ma a differenza delle strutture intensionali, la 1 rimane valida nel caso in cui ϕ sia una formula del tipo $\Box P(x)$. Ciò significa che se l'oggetto designato da x è il medesimo oggetto designato da y allora tutte le proprietà modali del primo sono anche proprietà modali del secondo. Come vedremo nel prossimo paragrafo questo ci darà problemi in relazione al puzzle degli oggetti coincidenti ma distinti.

[26] Si prenda come termine di paragone il capitolo III di [9]. Inoltre non sembra un caso che il sequenzialista Chisholm fosse anche un sostenitore delle controparti, si confronti [8], pgg. 592-594.

4.3 Soluzioni sequenzialiste ai puzzle

Analizziamo ora le soluzioni sequenzialiste ai puzzle del cambiamento presentati nella sezione 2, verificando l'aderenza dei modelli delle controparti alle intuizioni dell'ontologia sequenzialista. In questo modo vogliamo dare un ulteriore contributo alla tesi della corrispondenza tra semantica delle controparti e sequenzialismo.

4.3.1 Cambiamento qualitativo

Per rendere conto del mutamento nel tempo delle proprietà di un individuo anche il sequenzialista ha a disposizione una teoria più chiara rispetto al tridimensionalista, per molti versi simile a quella del quadridimensionalista[27]. Gli enunciati del tipo 'l'individuo x ha la proprietà P nel momento t' vengono analizzati invece che in termini di parti temporali di x, come 'la controparte dell'individuo x nel momento t ha la proprietà P'. La soluzione sequenzialista può essere ricostruita in un modello delle controparti, assumendo che $\mathbf{tavolo}_{mattino} \in \rho(Pulito, mattino)$, $C(mattino, sera)(\mathbf{tavolo}_{mattino}, \mathbf{tavolo}_{sera})$ e $\mathbf{tavolo}_{sera} \notin \rho(Pulito, sera)$. Anche in questo caso non siamo costretti a distinguere tra le proprietà $\rho(Pulito, mattino)$ e $\rho(Pulito, sera)$, in quanto il sequenzialismo accetta (SI) e la distinzione tra $\mathbf{tavolo}_{mattino}$ e la sua controparte $\mathbf{tavolo}_{sera}$.

Si comprende come anche il sequenzialista possa respingere le critiche del paragrafo 2.3.1, mosse al tridimensialismo sul piano ontologico, con argomentazioni analoghe a quelle del perdurantista. Passiamo quindi a considerare cosa succede per un sequenzialista quando un individuo perde o acquisisce parti.

4.3.2 Cambiamento mereologico

L'invalidità della necessità della differenza nelle c-strutture impedisce di arrivare alla contraddizione nell'argomento del paragrafo 2.3.2, inoltre il sequenzialista ha a sua disposizione un modello delle controparti che soddisfa le ipotesi 5/8. Definiamo il nostro modello $\mathcal{M}$ a partire dal modello intensionale del paragrafo 3.3.2, costruendo la relazione di controparte sulla base degli oggetti intensionali **Tavolo** e **Tavolo**$-$. Stabiliamo quindi che $\mathcal{M}$ sia fatto nel seguente modo:

- W, R e D sono gli stessi del paragrafo 3.3.2;
- $C(mattino, sera) = \{\langle \mathbf{tavolo}_{mattino}, \mathbf{tavolo}_{sera}\rangle, \langle \mathbf{tavolo}-, \mathbf{tavolo}_{sera}\rangle\}$,
  $C(mattino, mattino) = \{\langle \mathbf{tavolo}_{mattino}, \mathbf{tavolo}_{mattino}\rangle, \langle \mathbf{tavolo}-, \mathbf{tavolo}-\rangle\}$,
  $C(sera, sera) = \{\langle \mathbf{tavolo}_{sera}, \mathbf{tavolo}_{sera}\rangle\}$.

Anche nel presente modello la realizzazione normale ρ assegna al predicato $<$ nel momento *mattino* l'estensione $\{\langle \mathbf{tavolo}-, \mathbf{tavolo}_{mattino}\rangle\}$; σ è la 3-interpretazione $\langle \mathbf{tavolo}-, \mathbf{tavolo}-, \mathbf{tavolo}_{mattino}\rangle$, che assegna se stessa alla tripla $\langle t_s, t-, t_m\rangle$. Si può verificare facilmente che nel modello $\mathcal{M}$ l'interpretazione σ soddisfa le ipotesi 5/8.

In modo analogo al caso del quadridimensionalismo, la soluzione sequenzialista del puzzle del cambiamento mereologico può essere quindi formalizzata nella semantica delle controparti.

[27] Si consideri la soluzione illustrata a pg. 98 di [43] e a pg. 25 di [49].

4.3.3 Oggetti coincidenti ma distinti

Consideriamo infine il puzzle degli oggetti coincidenti ma distinti. Abbiamo anticipato che, sebbene la legge di Leibniz non sia valida in modo non ristretto, rimane valida per formule che esprimono proprietà modali, quindi la dimostrazione della contraddizione nel paragrafo 2.3.3 rimane valida nella classe delle c-strutture. Questo è un aspetto poco soddisfacente della semantica delle controparti, infatti vorremmo poter distinguere - come fanno i sequenzialisti - le controparti della statua dalle controparti del pezzo di gesso. Questa intuizione ha portato a proposte formali come quella di G. Ray, che viene discussa in [7], dove la relazione di controparte e la modalità sono indicizzate a seconda dei diversi oggetti dell'ontologia. Un'altra strada percorribile, che non complica il linguaggio $\mathcal{L}^{=}$, consiste nel modificare la realizzazione ρ in modo che in ogni mondo w, ad ogni variabile x, venga assegnato un sottoinsieme di $C(w, w')$ che corrisponde intuitivamente all'insieme delle controparti dell'individuo designato da x. In questo modo è possibile dar conto dell'idea che le proprietà modali di un oggetto non sono funzione della sua costituzione fisica e risolvere così nelle strutture delle controparti il puzzle degli oggetti coincidenti ma distinti.

4.4 Conclusioni

Terminiamo l'analisi del rapporto tra semantca delle controparti e sequenzialismo riassumendo i risultati raggiunti fino ad ora. Nel paragrafo 4.2 abbiamo addotto le seguenti motivazioni per giustificare la qualifica di sequenzialista nei confronti della semantica delle controparti:

1. Le teoria delle controparti proposta da Lewis si basa sull'idea di trasferire nei contesti modali aletici l'ontologia sequenzialista degli oggetti fisici, sostituendo alla nozione di reidentificazione quella di controparte.

2. Nel valutare al momento t una formula modalizzata ϕ riguardante gli individui $\sigma(x_1), \ldots, \sigma(x_n) \in D(t)$, dove $x_1, \ldots, x_n$ sono tutte le variabili libere che appaiono in ϕ, in ogni momento t' in relazione con t ci si riferisce alle controparti $\tau(x_1), \ldots, \tau(x_n)$ in t' di $\sigma(x_1), \ldots, \sigma(x_n)$.

3. La necessità dell'identità e la necessità della differenza sono formule valide nella classe delle c-strutture solo sotto le condizioni di funzionalità e iniettività rispettivamente. Invece è valida la legge di Leibniz nel caso in cui ϕ sia della forma $\Box P(x)$.

Nel paragrafo 4.3 abbiamo analizzato le soluzioni sequenzialiste ai puzzle del cambiamento qualitativo e mereologico. Come per endurantismo e perdurantismo, anche per il sequenzialismo esistono modelli delle controparti che risolvono il primo problema. Inoltre, come nel perdurantismo, l'uso delle controparti consente di evitare le critiche mosse a livello ontologico al tridimensionalismo e di risolvere anche il secondo puzzle. Nel caso degli oggetti coincidenti ma distinti, la semantica delle controparti non rispecchia la distinzione sequenzialista tra le diverse controparti di un oggetto, la nozione

di controparte è estensionale e questo implica la validità delle legge di Leibniz nella dimostrazione della contraddizione nel paragrafo 2.3.3.

Dopo aver analizzato le semantiche per la logica modale quantificate e aver dimostrato la correlazione tra le interpretazioni oggettuale, intensionale e delle controparti da un lato e le ontologie tridimensionalista, quadridimensionalista e sequenzialista dall'altro, utilizziamo questi risultati per comparare le diverse teorie degli oggetti fisici.

5 Confronto tra ontologie

In questa sezione ci occuperemo di svolgere un confronto formale tra le diverse semantiche per la QML, al fine di verificare quali siano riducibili ad altre e quale abbia un maggior grado di generalità. Nelle sezioni precedenti si è accennato al fatto che l'interpretazione oggettuale è un caso particolare di entrambe le altre; mentre nell'introduzione è stato anticipato come la semantica delle controparti includa le altre due, ora forniremo la dimostrazione di quest'ultima affermazione.

5.1 Dall'interpretazione intensionale alla semantica delle controparti

In questo paragrafo presenteremo i risultati raggiunti da Kracht e Kutz in [35], riguardanti la traduzione di formule valide nella semantica delle controparti in formule valide secondo l'interpretazione intensionale. In particolare esporremo le condizioni necessarie e sufficienti da imporre sulle c-strutture, affinché la funzione di traduzione metta in relazione le due nozioni di validità. Risultati simili sono stati raggiunti da Fitting in [13], ma per un'espansione del linguaggio $\mathcal{L}^{=}$ contenente variabili per individui, per oggetti intensionali ed il λ-astrattore. Per illustrare questi risultati abbiamo bisogno di una serie di assunzioni sulle i- e c-strutture, e di alcune definizioni.

5.1.1 Strutture perfette

Conformandoci alle idee di Lewis, stabiliamo che ogni individuo abbia almeno e al più se stesso come controparte nei mondi in cui esiste, quindi se wRw e $\mathbf{u} \in D(w)$ allora $C(w,w)(\mathbf{u},\mathbf{u})$ e per ogni $\mathbf{u}' \in D(w)$, se $C(w,w)(\mathbf{u},\mathbf{u}')$ allora $\mathbf{u} = \mathbf{u}'$. Per quanto riguarda le strutture intensionali, assumiamo che per ogni $w \in W$, per ogni $\mathbf{u} \in D(w)$, esiste una funzione $\mathbf{f} \in F(w)$ t.c. $\mathbf{f}(w) = \mathbf{u}$. Queste premesse sono entrambe filosoficamente motivate: la prima è stata difesa in [25]; per la seconda basti osservare che un segmento temporale o modale di un oggetto deve far sempre parte di un individuo. Passiamo quindi alla prima definizione, quella di *cammino*.

Sia $\mathcal{F}$ è una c-struttura, per ogni $w, w' \in W$, un cammino $P_{(w,w')}$ da w a w' è una sequenza $w_1, \ldots, w_n$ di elementi di W t.c.:

(i) $w_1 = w$ e $w_n = w'$,

(ii) per ogni $1 \leq i \leq n-1$, $w_i R w_{i+1}$ o $w_{i+1} R w_i$.

A partire dalla nozione di cammino introduciamo quella di una *catena di individui* $P_{((\mathbf{u},w),(\mathbf{u}',w'))}$ da $\mathbf{u} \in D(w)$ a $\mathbf{u}' \in D(w')$, come una successione di coppie ordinate $(\mathbf{u}_1, w_1), \ldots, (\mathbf{u}_n, w_n)$ t.c.:

(a) $w_1, \ldots, w_n$ è un cammino da w a w',

(b) $\mathbf{u}_1 = \mathbf{u}$ e $\mathbf{u}_n = \mathbf{u}'$,

(c) per ogni $1 \leq i \leq n-1$, $w_i R w_{i+1}$ implica $C(w_i, w_{i+1})(\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_{i+1})$, mentre $w_{i+1} R w_i$ implica $C(w_{i+1}, w_i)(\mathbf{u}_{i+1}, \mathbf{u}_i)$.

Adesso che abbiamo a disposizione queste nozioni preliminari, introduciamo la condizione da imporre sulle strutture delle controparti, affinché simulino la nozione di validità dell'interpretazione intensionale.

Definizione 5.1 (Perfezione) *Una c-struttura $\mathcal{F}$ è detta* perfetta *sse*

(1) per ogni $w, w' \in W$ distinti, per ogni $\mathbf{u} \in D(w)$, $\mathbf{u}' \in D(w')$, se wRw' e $C(w, w')(\mathbf{u}, \mathbf{u}')$, allora per ogni insieme S di cammini tra w e w', se $w_1, w_2, \ldots$ appaiono in alcuni dei $P_{(w,w')}$ membri di S, esistono $\mathbf{u}_{w_1} \in D(w_1), \mathbf{u}_{w_2} \in D(w_2), \ldots$ e tutte le corrispondenti catene di individui $P_{((\mathbf{u},w),(\mathbf{u}',w'))}$ che contengono $\mathbf{u}_{w_1}, \mathbf{u}_{w_2}, \ldots$;

(2) per ogni $w \in W$, per ogni $\mathbf{u} \in D(w)$, esistono $w'' \in W$ distinto da w e $\mathbf{u}'' \in D(w'')$ t.c. wRw'' e $C(w, w'')(\mathbf{u}, \mathbf{u}'')$.

Non è semplice comprendere il significato intuitivo di questa definizione, ma la condizione (1) corrisponde grosso modo ad affermare che è sempre possibile estendere a tutto W la relazione di controparte tra due individui $\mathbf{u}, \mathbf{u}'$ appartenenti a due mondi distinti w, w'. Mentre la condizione (2) assume che ogni individuo $\mathbf{u}$ abbia una controparte $\mathbf{u}''$ in un qualche mondo[28].

5.1.2 La traducibilità delle teorie

A questo punto possiamo introdurre la funzione di traduzione $^+$ che ci consentirà di enunciare il risultato principale di questa sezione. La traduzione ϕ^+ di una formula ϕ del linguaggio $\mathcal{L}^=$ è definita induttivamente come segue:

- se ϕ è atomica allora $\phi^+ = \phi$;
- $(\neg\phi)^+ = \neg\phi^+$;
- $(\phi \to \psi)^+ = \phi^+ \to \psi^+$;
- $(\forall x\phi)^+ = \forall x\phi^+$;

[28] Kracht e Kutz individuano una diversa condizione da imporre sulle *c*-strutture, ma è possibile verificare come questa non sia né necessaria né sufficiente affinché le traduzioni delle formule valide nella semantica delle controparti siano tutte e sole quelle valide nell'interpretazione intensionale. In particolare le dimostrazioni dei teoremi 23 e 29 di [35] sono errate.

- $(\Box\phi)^+ = \forall f_1, \ldots, f_n((f_1 = x_1 \wedge \ldots \wedge f_n = x_n) \rightarrow (\Box\phi[x_1/f_1, \ldots, x_n/f_n]^+)$, dove $x_1, \ldots, x_n$ sono tutte le variabili libere presenti in ϕ e $f_1, \ldots, f_n$ sono variabili che non appaiono in ϕ.

Il prossimo risultato mette in relazione la validità nella semantica delle controparti con la validità nell'interpretazione intensionale, attraverso la funzione $^+$.

Teorema 5.1 *Una formula $\phi \in \mathcal{L}^=$ è valida nella classe delle c-strutture perfette sse ϕ^+ è valida nella classe delle i-strutture.*

Per una dimostrazione di questo risultato si faccia riferimento a [4].

Si è quindi stabilito che la perfezione è una condizione necessaria e sufficiente per avere una stessa nozione di validità nelle strutture intensionali e delle controparti, modulo la funzione di traduzione. Nel paragrafo 5.3 vedremo le ricadute ontologiche di questo teorema, intanto verifichiamo se un risultato simile valga anche per l'interpretazione oggettuale.

5.2 Dall'interpretazione oggettuale alla semantica delle controparti

Per svolgere un confronto tra la semantica di Kripke e delle controparti, analogo a quello svolto nella sezione precendente, partiamo da alcune osservazioni preliminari. Innanzitutto non è necessario postulare come relazione di controparte l'identità per confrontare la validità nelle K-strutture con la validità nelle c-strutture. In secondo luogo notiamo che se consideriamo le strutture intensionali *monotone*, cioè quelle per cui vale la seguente condizione:

Definizione 5.2 (Monotonia) *Per ogni $w \in W$, per ogni $\mathbf{f}, \mathbf{g} \in F(w)$:*

(i) per ogni $w' \in W$, se $\mathbf{f}(w') = \mathbf{g}(w')$ allora per ogni $w'' \in W$, $w'Rw''$ implica $\mathbf{f}(w'') = \mathbf{g}(w'')$;

(ii) per ogni $w' \in W$, se $\mathbf{f}(w') \neq \mathbf{g}(w')$ allora per ogni $w'' \in W$, $w'Rw''$ implica $\mathbf{f}(w'') \neq \mathbf{g}(w'')$.

è possibile provare che le formule sul linguaggio $\mathcal{L}^=$ valide in questa classe di i-strutture sono tutte e sole le formule valide nell'interpretazione oggettuale. A questo punto richiamiamo all'attenzione le c-strutture iniettive e funzionali definite nel paragrafo 4.2.2, in base al teorema 5.1 diventa possibile dimostrare il seguente risultato parziale.

Teorema 5.2 *Una formula $\phi \in \mathcal{L}^=$ è valida nella classe delle c-strutture perfette, funzionali e iniettive sse ϕ^+ è valida nella classe delle i-strutture monotone.*

Dal quale segue questo corollario sul rapporto tra interpretazione oggettuale e semantica delle controparti.

Corollario 5.1 *Una formula $\phi \in \mathcal{L}^=$ è valida nella classe delle c-strutture perfette, funzionali e iniettive sse ϕ^+ è valida nella classe delle K-strutture.*

Abbiamo quindi stabilito che la perfezione, la funzionalità e l'iniettività sono condizioni necessarie e sufficienti affinché lo stesso insieme di formule sia valido nell'interpretazione oggettuale e nella semantica delle controparti, modulo la funzione di traduzione $^+$. Nel prossimo paragrafo analizzaremo le implicazioni dei risultati formali dimostrati fino ad ora nell'ontologia degli oggetti fisici.

5.3 Conclusioni ontologiche

Nei paragrafi 5.1, 5.2 sono state indicate le condizioni necessarie e sufficienti da imporre su una c-struttura affinché soddisfi le stesse formule in $\mathcal{L}^=$ di una i-struttura, di una K-struttura rispettivamente, modulo la funzione di traduzione. Da un punto di vista più filosofico - se accettiamo la tesi della corrispondenza tra semantiche per la QML e teorie ontologiche, che è stata sostenuta nella prima parte del presente lavoro - è possibile affermare che se un sequenzialista accetta che:

- un individuo $\mathbf{u}$ esistente nel momento attuale t ha una controparte $\mathbf{u}'$ in un qualsiasi momento t' accessibile da t;
- se $\mathbf{u}$ ha diverse controparti $\mathbf{x}, \mathbf{x}', \ldots$ al momento x, diverse controparti $\mathbf{y}, \mathbf{y}', \ldots$ al momento y, ecc... ecc..., allora almeno una di esse è controparte di $\mathbf{u}'$ in t';

ne segue che il sequenzialista e il quadridimensionalista possono intendersi interpretando il loro discorso secondo quanto stabilito dalla funzione di traduzione.

Se inoltre il sequenzialista accetta che:

- un individuo $\mathbf{u}$ al momento t ha al massimo una controparte in un momento t' accessibile da t;
- un individuo $\mathbf{u}$ al momento t può essere controparte di al più un individuo in un momento t', dal quale t è accessibile;

allora è possibile affermare che anche il sequenzialista e il tridimensionalista possono parlarsi sensatamente, sempre secondo la funzione di traduzione.

Questi risultati dimostrano che gli approcci perdurantista ed endurantista possono essere trattati all'interno del sequenzialismo, nel caso in cui ci si limiti al linguaggio $\mathcal{L}^=$.

6 Ulteriori sviluppi

Concludiamo il presente lavoro esaminando due possibili sviluppi: (a) la distinzione tra quantificazione possibilista e attualista e il dibattito su presentismo ed eternalismo; (b) l'introduzione nel linguaggio $\mathcal{L}^=$ di termini per individui.

6.1 Attualismo vs. Possibilismo

Riassumiamo quale sia l'interesse da un punto di vista logico e ontologico di introdurre il dibattito su attualismo e posssibilismo in un lavoro sulle condizioni di persistenza degli oggetti nel tempo.

- È praticamente impossibile parlare di logica modale quantificata senza considerare la distinzione tra quantificazione attualista e possibilista, tra strutture a domini variabili e costanti.

- Si può mostrare come la semantica delle controparti sia in grado di cogliere in modo adeguato le intuizioni alla base dell'attualismo.

- La contrapposizione tra attualismo e possibilismo nell'ambito delle modalità aletiche rispecchia la dicotomia tra presentismo ed eternalismo nel campo delle modalità temporali[29].

- L'antitesi tra presentismo ed eternalismo interessa direttamente il confronto tra ontologie per gli oggetti fisici. Infatti è opinione condivisa che il presentismo, con la sua visione attualista dell'esistenza nel tempo, implichi il tridimensionalismo; mentre il quadridimensionalismo richiederebbe una ontologia eternalista.

Queste osservazioni serviranno a dimostrare che, come attualismo e possibilismo non implicano una particolare concezione della natura modale degli individui - vi sono strutture a domini variabili in cui il dominio è costituito da oggetti intensionali, e strutture a domini costanti in cui si quantifica su oggetti completamente presenti in ciascun mondo - così sono consistenti le combinazioni di presentismo più quadridimensionalismo e eternalismo più tridimensionalismo[30]. In questo modo si vuole rendere impraticabili argomenti, come quello di Lowe in [29], dall'ontologia del tempo alla persistenza degli oggetti.

6.2 L'introduzione di nomi

Possiamo estendere il linguaggio $\mathcal{L}^{=}$ con nomi per individui: costanti individuali e funtori. Questa opzione ha importanti ripercussioni sia logiche sia filosofiche in senso più ampio. Nell'interpretazione oggettuale la legge di Leibniz e l'esemplificazione dell'universale non sono più valide, a meno che non si consideri la realizzazione rigida dei nomi. Questa caratteristica della semantica ha portato autori come Quine ([40]) a sostenere che la logica modale quantificata presuppone un essenzialismo di tipo aristotelico; ma si può utilizzare l'apparato tecnico della λ-astrazione sviluppato in [32] per verificare che le cose non stanno proprio così.

L'interpretazione intensionale della QML recupera la validità della teoria classica della quantificazione, che si perde nuovamente nella semantica delle controparti; però per quest'ultima è possibile sostenere l'interpretazione rigida dei nomi senza andare incontro a conseguenze controintuitive.

Infine sarebbe sicuramente interessante fare un confronto tra le diverse proposte semantiche analogo a quello svolto nella sezione 5, per verificare i rapporti tra le diverse tesi ontologiche in un linguaggio comprendente anche nomi per individui.

[29] Loux, che al confronto tra possibilismo/attualismo e eternalismo/presentismo dedica alcune pagine di [27], osserva che: "the analogies between the two cases are striking" ([27], pg. 212).

[30] In [43], pg. 68, Sider difende l'idea che tutte e quattro le combinazioni tra presentismo/eternalismo e endurantismo/perdurantismo possono essere formulate come teorie coerenti.

Riferimenti bibliografici

[1] R. C. Barcan. The deduction theorem in a functional calculus of first order based on strict implication. *Journal of Symbolic Logic*, 11:115–118, 1946.

[2] R. C. Barcan. A functional calculus of first order based on strict implication. *Journal of Symbolic Logic*, 11:1–16, 1946.

[3] R. C. Barcan. The identity of individuals in a strict functional calculus of second order. *Journal of Symbolic Logic*, 12:12–15, 1947.

[4] F. Belardinelli. Dall'interpretazione sostanziale alla teoria delle controparti. 2004.

[5] F. Belardinelli. The semantics of counterparts. 2005.

[6] A. Bressan. *A General Interpreted Modal Calculus*. Yale University Press, New Haven, London, 1972.

[7] C. S. Chihara. *The Worlds of Possibility: modal realism and the semantics of modal logic*. Clarendon Press, Oxford, 1998.

[8] R. M. Chisholm. Parts as essential to their wholes. *Review of Metaphysics*, 26:581–603, 1973.

[9] R. M. Chisholm. *Person and Object*. Open Court, La Salle (IL), 1976.

[10] G. Corsi. Counterpart semantics - a foundational study on quantified modal logics.

[11] G. Corsi. A unified completeness theorem for quantified modal logics. *Journal of Symbolic Logic*, 67:1483–1510, 2002.

[12] K. Fine. Propositional quantifiers in modal logic. *Theoria*, 36:336–346, 1970.

[13] M. Fitting. First order intensional logic. *Annals of pure and applied logic*, 127:173–191, 2004.

[14] J. W. Garson. Quantification in modal logic. In Günthner F. Gabbay D., editor, *Handbook of Philosophical Logic*, pages 267–323. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2001.

[15] P. Geach. Identity. *Review of Metaphysics*, 21:3–12, 1967-68.

[16] K. Hawley. *How things persist*. Clarendon Press, Oxford, 2001.

[17] M. Heller. *The ontology of physical objects: Four-dimensional hunks of matter*. Cambridge University Press, Cambridge, 1990.

[18] J. Hintikka. Modality and quantification. *Theoria*, 27:119–128, 1961.

[19] J. Hintikka. *Models for Modalities*. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1969.

[20] E. Hirsch. *The Concept of Identity*. Oxford University Press, Oxford, 1982.

[21] S. Kripke. A completeness theorem in modal logic. *Journal of Symbolic Logic*, 24:1–14, 1959.

[22] S. Kripke. Semantical analysis of modal logic i - normal modal propositional calculi. *Zeitschrift für Mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik*, 9:67–96, 1963.

[23] S. Kripke. Semantical considerations on modal logic. In L. Linsky, editor, *Reference and Modality*, pages 101–111. Oxford University Press, Oxford, 1971.

[24] S. Kripke. *Naming and Necessity*. Harvard University Press, Cambridge, 1980.

[25] D. Lewis. Counterpart theory and quantified modal logic. In M. Loux, editor, *The Possible and the Actual*, pages 110–128. Cornell University Press, Ithaca, N. Y., 1979.

[26] D. Lewis. *On the Plurality of Worlds*. Blackwell, Oxford, 1986.

[27] M. J. Loux. *Metaphysics: A contemporary introduction*. Routledge, London, 1998.

[28] E. J. Lowe. Lewis on perdurance versus endurance. *Analysis*, 47:152–154, 1987.

[29] E. J. Lowe. *The Possibility of Metaphysics*. Clarendon Press, Oxford, 1998.

[30] G. E. Hughes M. J. Cresswell. *A New Introduction to Modal Logic*. Routledge, London, 1996.

[31] S. McCall. *A Model of the Universe*. Clarendon Press, Oxford, 1994.

[32] M. Fitting Mendelsohn R. L. *First-order Modal Logic*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1999.

[33] K. Miller. The methaphysical equivalence of three and four dimensionalism. 2004.

[34] M. Kracht O. Kutz. The semantics of modal predicate logic. part 1: Completeness. In M. de Rijke M. Zakharyaschev F. Wolter, H. Wansing, editor, *Advances in Modal Logic, Volume 3*, pages ?–? CSLI Publications, Stanford, 2000.

[35] M. Kracht O. Kutz. The semantics of modal predicate logic. part 2: Modal individuals revisited. 2001.

[36] A. N. Prior. Modality and quantification in $s5$. *Journal of Symbolic Logic*, 21:60–62, 1956.

[37] A. N. Prior. *Time and Modality*. Oxford University Press, Oxford, 1957.

[38] A. N. Prior. Tense logic for non-permanent existents. In *Paper on Time and Tense*. Clarendon Press, Oxford, 1968.

[39] W. V. Quine. *Word and Object*. MIT Press, Cambridge (MA), 1960.

[40] W. V. Quine. Reference and modality. In L. Linsky, editor, *Reference and Modality*, pages 17–34. Oxford University Press, Oxford, 1971.

[41] M. C. Rea. Temporal parts unmotivated. *Philosophical Review*, 107:225–260, 1998.

[42] B. Russell. *The Analysis of Matter*. Kegan Paul, London, 1927.

[43] T. Sider. *Four dimensionalism: An ontology of Persistence and Time*. Oxford University Press, Oxford, 2001.

[44] J. J. Thomson. Parthood and identity across time. *The Journal of Philosophy*, 80:201–220, 1983.

[45] P. van Inwagen. The doctrine of arbitrary undetached parts. *Pacific Philosophical Quarterly*, 62:123–137, 1981.

[46] P. van Inwagen. Four-dimensional objects. *Nous*, 24:245–255, 1990.

[47] A. Varzi. Ontologia e metafisica. In M. Vassallo F. D'Agostini, editor, *Storia della Filosofia Analitica*, pages 81–117. Einaudi, Torino, 2002.

[48] A. Varzi. Entia successiva. *Rivista di estetica*, 43:1:139–158, 2003.

[49] A. Varzi. Riferimento, predicazione e cambiamento. In A. Bottani C. Bianchi, editor, *Significato e Ontologia*, pages 221–249. Franco Angeli, Milano, 2003.

[50] A. N. Whitehead. *Process and Reality. An Essay in Cosmology*. Macmillian, New York, 1929.

[51] D. Wiggins. *Sameness and substance renewed*. Cambridge University Press, Cambridge, 2001.